

10. Hausübung zur Analytischen Mechanik und Speziellen Relativität, WS 2016/17

(abzugeben am Dienstag, 17.01.2017)

Aufgabe H23 *Ungedämpfter harmonischer Oszillator* (3.5 Punkte)

Bestimmen Sie die Schwingungsamplitude eines ungedämpften harmonischen Oszillators (Masse m , Eigenfrequenz ω) nach Einwirkung der Kraft

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0, \\ +F_0 & \text{für } 0 < t < \frac{t_1}{2}, \\ -F_0 & \text{für } \frac{t_1}{2} < t < t_1, \\ 0 & \text{für } t > t_1. \end{cases} \quad (1)$$

Bis zur Zeit $t = 0$ befinde sich das System in der Gleichgewichtslage.

Aufgabe H24 *Lineare Kette* (6.5 Punkte)

Eine lineare Kette besteht aus N Teilchen der Masse M und N Teilchen der Masse m , die abwechselnd angeordnet sind. Die Teilchen sind durch masselose Federn (Federkonstante k) gekoppelt. Die Teilchen haben den Gleichgewichtsabstand a . Es gelten periodische Randbedingungen, d.h. das letzte Teilchen ist wieder mit dem ersten gekoppelt.



(a) Wie lautet die Lagrangefunktion? Die Auslenkung der ν -ten Masse M (m) aus der Gleichgewichtslage soll mit x_ν (y_ν) bezeichnet werden, wobei $\nu = 0, 1, \dots, N$ und $x_0 = x_N$ sowie $y_0 = y_N$. Wie lauten die Bewegungsgleichungen?

(b) Machen Sie den Ansatz

$$x_\nu = A \exp [i(2a\nu k - \omega(k)t)], \quad y_\nu = B \exp [i(2a\nu k - \omega(k)t)].$$

Welche k -Werte sind erlaubt? Welche Frequenzen $\omega_+(k)$ und $\omega_-(k)$ ergeben sich? Wie groß ist die Lücke im Spektrum $\omega(k)$?