

Übungsklausur zu den Rechenmethoden der Physik

1. 6. 2000 SS 2000

Bearbeitungsdauer: 45 min

1. Bestimmung eines Vektorfeldes aus Quellen und Wirbeln

Für ein quellenfreies Strömungsfeld $\vec{v}(\vec{r}) = g(\vec{r})\vec{e}_z$ mit $\vec{v}(0) = 0$ sind seine lokalen Wirbel $\text{rot } \vec{v}(\vec{r}) \doteq 2\alpha(y, x, 0)$ bekannt. Bestimmen Sie $\vec{v}(\vec{r})$. (3)

2. Differentialgleichung

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung

$$y''(x) - 9y(x) = e^{3x} + 1$$

allgemein. Bestimmen Sie zunächst die homogene Lösung. Benutzen Sie anschließend den Ansatz $f(x)e^{3x} + g(x)$ mit Polynomen $f(x)$, $g(x)$, um eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung zu finden. Beachten Sie, dass für die spezielle Lösung möglichst einfache Polynome $f(x)$, $g(x)$ ausreichen. Bestimmen Sie anschließend die Lösung für die Anfangsbedingungen

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{1}{2}.$$

(5)

3. Fläche über der xy-Ebene

Zeigen Sie, dass die Tangentialebenen an eine Fläche, die durch $z(x, y) \doteq xf(y/x)$, $x \neq 0$ parametrisiert ist, wobei f eine differenzierbare Funktion ist, sämtlich durch den Ursprung $(0, 0, 0)$ gehen. Berechnen Sie dazu zwei Tangentialvektoren an die Fläche und formulieren Sie eine Bedingung, die eine Ebene durch den Ursprung erfüllen muss. (4)

4. Kompression eines Gases

N Gasteilchen werden von einem Kolben bei $L(t) = a - vt$ komprimiert. Bestimmen Sie die ortsunabhängige Teilchendichte $\rho(t)$ sowie die Teilchenstromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$. Überlegen Sie, welche Geschwindigkeiten an den Seitenflächen vorliegen, um eine Integrationskonstante für \vec{j} festzulegen. (3)