

Aufgaben Experimentalphysik

Der Flächeninhalt des Flächenelementes dF auf der Kugeloberfläche ist $dF = r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$. Wie groß ist das entsprechende Volumenelement dV ? Wie lauten die Einheitsvektoren $\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi$ im Punkt P mit Koordinaten (r, ϑ, φ) (siehe auch beigefügte Abbildung A.13 aus Demtröder, Experimentalphysik 1)?

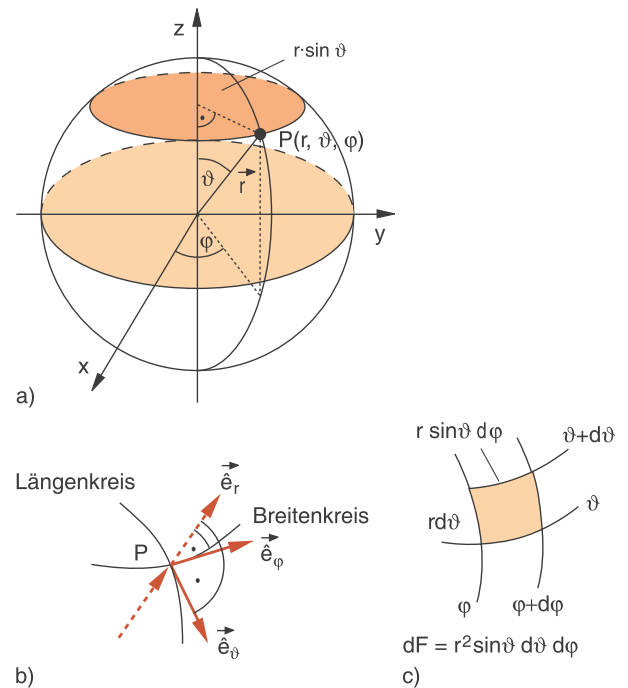


Abb. A.13. (a) Kugelkoordinaten, (b) orthogonales Dreieck der Einheitsvektoren $\hat{e}_r, \hat{e}_\vartheta, \hat{e}_\varphi$ im Punkte P . (c) Flächenelement auf der Kugeloberfläche

Aufgaben RdP

- Berechnen Sie für die Vektoren $\vec{a} \doteq (2, 4, 2)$ und $\vec{b} \doteq (3, -2, -7)$ die Ausdrücke (a) $\vec{a} \times \vec{b}$, (b) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$, (c) $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$, (d) $\vec{c} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$.
- Zerlegen Sie $\vec{a} \doteq (1, -2, 3) \doteq \vec{a}_\parallel + \vec{a}_\perp$ bezüglich $\vec{b} \doteq (1, 1, 1)$. Testen Sie $\vec{a}_\parallel \cdot \vec{a}_\perp = 0$.
- Beweisen Sie die Formel $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c})$ in Index-Schreibweise.
- Schreiben Sie in eine 3×3 -Matrix die Größen $(\vec{a}^2 \delta_{ij} - a_i a_j)$ für $i, j = 1, 2, 3$.
- Auf welchen geometrischen Gebilden liegt der Ortsvektor $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ unter der Bedingung (a) $\vec{r} \cdot \vec{n} = n^2$, (b) $(\vec{r} - \vec{r}_0)^2 = R^2$, (c) $\vec{r} \times \vec{a} = \vec{n} \times \vec{a}$, wobei außer \vec{r} alle Größen fest gewählt sind?