* $M = \eta^{-1}F$ ist ein Produkt aus einer symmetrischen und einer antisym. Matrix. Es gilt

$$\begin{aligned}
tr\,(M^3) &= tr\,(\eta^{-1}F\,\eta^{-1}F\,\eta^{-1}F) \\
&= tr\left((\eta^{-1}F\,\eta^{-1}F\,\eta^{-1}F)^T\right) \\
&= tr\left(F^T(\eta^{-1})^T F^T(\eta^{-1})^T F^T(\eta^{-1})^T\right) \\
&= tr\left((-F)\,\eta^{-1}(-F)\,\eta^{-1}(-F)\,\eta^{-1}\right) \\
&= -tr\,(F\eta^{-1}F\eta^{-1}F\eta^{-1}) \\
&= -tr\,(\eta^{-1}F\,\eta^{-1}F\,\eta^{-1})
\end{aligned}$$

$\Rightarrow tr(M^3) = 0$

$\rightarrow$ analog für $tr\,(M)$ und höhere ungerade Potenzen

3) Es gilt:

$$\det(\eta + 2\pi\alpha' F) = \det(\eta^T + 2\pi\alpha' F^T) = \det(\eta - 2\pi\alpha' F)$$

$$\Rightarrow \det(1 + M) = \det(1 - M)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\det(1+M)}\sqrt{\det(1-M)} = \sqrt{\det(1+M)(1-M)}$$

$$= \sqrt{\det(1-M^2)} = \det(1+M)$$

$$\Leftrightarrow \quad e^{\frac{1}{2}tr\,ln(1+M)} = e^{\frac{1}{4}tr\,ln(1-M^2)}$$