

# Reflexion von Licht an Schichten mit schraubigem Brechungsindex

Dietrich Zawischa

ITP, Leibniz Universität Hannover, Deutschland

Wir betrachten Schichten, in denen längliche Moleküle parallel und parallel zur Oberfläche ausgerichtet sind, wobei sich die Richtung mit dem Abstand von der Oberfläche gleichmäßig so ändert, daß eine schraubige Struktur entsteht. Die Polarisierbarkeit der Moleküle sei in Längs- und Querrichtung verschieden.

Die besondere Eigenschaft solcher Schichten ist, daß sie Licht ähnlich wie Schichtpakete mit wechselndem Brechungsindex reflektieren, wobei aber das reflektierte Licht zirkular polarisiert ist.

## Polarisation der reflektierten Welle

Zunächst eine einfache Plausibilitätsbetrachtung, die die Polarisation der reflektierten Wellen betrifft. Die Oberfläche des Mediums sei die  $x$ - $y$ -Ebene  $z = 0$ , das Licht falle senkrecht ein, die Orientierung der Moleküle in den Schichten sei linksschraubig. In Ebenen parallel zur Oberfläche bei  $z = 0, d, 2d, 3d, \dots$  seien gleichmäßig kleine schwingungsfähige Dipolantennen (stäbchenförmige Moleküle) verteilt, deren Richtung durch

$$\vec{n}(z) = \vec{e}_x \cos(Kz) - \vec{e}_y \sin(Kz) \quad (1)$$

gegeben ist. Dabei sei  $d \ll K$ . An jeder dieser Ebenen wird ein kleiner Teil der einfallenden Welle reflektiert.

Die einfallende ebene Welle sei

$$\vec{E}(z, t) = \vec{e}_x A e^{i(kz - \omega t) - \kappa kz}, \quad (2)$$

dabei berücksichtigt der letzte Term im Exponenten die Abnahme der Amplitude im Medium durch eine geringe Absorption. Es sei  $\kappa \ll 1$ .

Die Reflexion an der mit Dipolantennen gespickten Ebene kommt so zustande, daß durch das elektrische Feld die Antennen polarisiert werden, oszillieren und ihrerseits wieder Wellen abstrahlen, die sich in ihrer Gesamtheit zu ebenen Wellen in  $\pm z$ -Richtung superponieren. Die Schwingungsrichtung der reflektierten Welle ist dabei durch die Orientierung der Dipolantennen, Gl. (1), gegeben, die Stärke ist proportional zum Cosinus des Winkels zwischen der Schwingungsrichtung des Feldes und der Orientierung der Antennen, also zum Skalarprodukt  $\vec{n}(\zeta) \cdot \vec{e}_x$ .

Für die an der Ebene  $z = \zeta_j = jd$  reflektierte Welle erhält man somit für  $z \leq 0$

$$a\vec{n}(\zeta_j) \cos(K\zeta_j) e^{i(-kz+2k\zeta_j-\omega t)-2\kappa k\zeta_j} \quad (3)$$

Wir setzen voraus daß  $|a| \ll |A|$ , so daß mehrfache Reflexionen vernachlässigt werden können. Die gesamte reflektierte Welle ist dann

$$\vec{E}^{\text{refl}} = ae^{-i(kz+\omega t)} \sum_{j=0}^{\infty} (\vec{e}_x \cos(Kjd) - \vec{e}_y \sin(Kjd)) \cos(Kjd) e^{-2\kappa kjd} e^{2ikjd} \quad (4)$$

Ich bezeichne die Summe mit  $S = S_x \vec{e}_x + S_y \vec{e}_y$ . Um sie auszuwerten, drücke ich zunächst die Exponentialfunktion  $e^{i\alpha}$  durch  $\cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$  aus. Dann wird ausmultipliziert und es stellt sich heraus, daß sich die einzelnen Terme alle als geometrische Reihen aufsummieren lassen. Dazu werden sie umgeformt:

$$S_x = \sum_{j=0}^{\infty} \cos^2(Kjd) (\cos(2kj d) + i \sin(2kj d)) e^{-2\kappa kj d} \quad (5)$$

$$S_y = - \sum_{j=0}^{\infty} \sin(Kjd) \cos(Kjd) (\cos(2kj d) + i \sin(2kj d)) e^{-2\kappa kj d} \quad (6)$$

Mit Hilfe der Additionstheoreme der Winkelfunktionen drückt man Potenzen und Produkte von Sinus und Cosinus durch Funktionen von Summen und Differenzen der Argumente aus und erhält

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{1}{4} \sum_{j=0}^{\infty} [\cos(2(K+k)jd) + \cos(2(K-k)jd) + 2 \cos(2kj d) \\ &+ i(\sin(2(K+k)jd) - \sin(2(K-k)jd) + 2 \sin(2kj d))] e^{-2\kappa kj d} \end{aligned} \quad (7)$$

und

$$\begin{aligned} S_y &= -\frac{1}{4} \sum_{j=0}^{\infty} [\sin(2(K+k)jd) + \sin(2(K-k)jd) \\ &+ i(\cos(2(K-k)jd) e^{-2\kappa kj d} - \cos(2(K+k)jd))] e^{-2\kappa kj d} \end{aligned} \quad (8)$$

Alle Summationen lassen sich jetzt leicht ausführen. Als Beispiel der zweite Term in  $S_x$ :

$$\frac{1}{4} \sum_{j=0}^{\infty} \operatorname{Re} e^{(2i(K-k)-2\kappa k)jd} = \frac{1}{4} \operatorname{Re}[1 - e^{(2i(K-k)-2\kappa k)d}]^{-1} \quad (9)$$

Als Funktion von  $k$  hat dieser Teil der Summe  $S_x$  ein Maximum bei  $k = K$ : alle Summanden sind reell und positiv. Der dritte Term von  $S_y$  ist dem Betrag nach gleich groß, und alle anderen Teilsummen sind für  $k = K$  gegenüber diesen beiden vernachlässigbar oder exakt Null.

Man erhält somit für die reflektierte Welle den Ausdruck

$$\vec{E}^{\text{refl}} \approx a e^{-i(kz+\omega t)} \frac{1}{4} \operatorname{Re}[1 - e^{(2i(K-k)-2\kappa k)d}]^{-1} (\vec{e}_x - i\vec{e}_y), \quad (10)$$

der eine linkszirkular polarisierte Welle beschreibt.

## Berechnung des Reflexionskoeffizienten

Ohne die Näherungen und Vernachlässigungen wird jetzt die Reflexion für eine endliche Schichtdicke berechnet.

Die Oberfläche des Mediums sei die  $x$ - $y$ -Ebene  $z = 0$ , das Licht falle senkrecht ein, die Orientierung der Moleküle in den Schichten sei linksschraubig. Die anisotrope Ausrichtung der Moleküle führt dazu, daß die Dielektrizitätskonstante ein Tensor wird. Bei  $z = 0$  sei dieser gegeben durch

$$\underline{\epsilon}(0) = \begin{pmatrix} \epsilon + \delta & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon - \delta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon - \delta \end{pmatrix} \quad (11)$$

wobei  $\epsilon$  und  $\delta$  aus experimentellen Daten über die Brechungsindizes zu entnehmen sind.

Die Orientierungs-Drehmatrix ist

$$\begin{pmatrix} \cos(Kz) & \sin(Kz) & 0 \\ -\sin(Kz) & \cos(Kz) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

mit

$$K = \frac{2\pi}{H}, \quad (13)$$

wo  $H$  die Ganghöhe der „Schraube“ ist. Daraus ergibt sich der Dielektrizitätstensor an der Stelle  $z$  zu

$$\underline{\epsilon}(z) = \begin{pmatrix} \epsilon + \delta \cos(2Kz) & -\delta \sin(2Kz) & 0 \\ -\delta \sin(2Kz) & \epsilon - \delta \cos(2Kz) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon - \delta \end{pmatrix} \quad (14)$$

Ausgangspunkt sind die Maxwellgleichungen:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (15)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{j} + \epsilon\epsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \rho \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (18)$$

Im vorliegenden Fall ist die Ladungsdichte  $\rho = 0$  und ebenso die Leitfähigkeit und die Stromdichte  $\vec{j}$ , außerdem ist  $\mu = 1$ . Damit vereinfachen sich die Gleichungen. Gleichung (16) wird nach der Zeit abgeleitet und  $\vec{B}$  eliminiert:

$$-\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \epsilon\epsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Mit

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

und der Annahme von ebenen, in  $\pm z$ -Richtung fortschreitenden Wellen mit der Zeitabhängigkeit  $e^{-i\omega t}$  wird daraus mit  $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$  und  $\omega/c = k$

$$\nabla^2 \vec{E} + \epsilon k^2 \vec{E} = 0, \quad (19)$$

also in Komponenten ausgeschrieben

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + k^2 [(\epsilon + \delta \cos(2Kz))E_x - \delta \sin(2Kz)E_y] &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + k^2 [-\delta \sin(2Kz)E_x + (\epsilon - \delta \cos(2Kz))E_y] &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Dieses Paar von Differentialgleichungen soll numerisch integriert werden. Um das Runge-Kutta-Verfahren anzuwenden, wird durch Einführung neuer Variablen

$$P_x := \frac{1}{k} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad P_y := \frac{1}{k} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (21)$$

daraus ein System von vier Gleichungen erster Ordnung erzeugt.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_x}{\partial z} &= -k(\epsilon + \delta \cos(2Kz))E_x + k\delta \sin(2Kz)E_y \\
 \frac{\partial E_x}{\partial z} &= kP_x \\
 \frac{\partial P_y}{\partial z} &= k\delta \sin(2Kz)E_x - k(\epsilon - \delta \cos(2Kz))E_y \\
 \frac{\partial E_y}{\partial z} &= kP_y
 \end{aligned} \tag{22}$$

Die Größen  $E_x, E_y$  sind komplex, aber Real- und Imaginärteile werden durch die Gleichungen (22) nicht verknüpft, die Gleichungen können also für Real- und Imaginärteile getrennt integriert werden. Das ist nicht mehr der Fall, sobald man Absorption berücksichtigt, was auf einen Imaginärteil von  $\epsilon$  führt. Die numerische Integration nach Runge und Kutta ist aber problemlos möglich.

An die Flüssigkristallschicht soll bei  $z = L$  ein isotropes Substrat mit Brechungsindex  $n$  anschließen. Für  $z \geq L$  kann man voraussetzen, daß nur in das Substrat hineinlaufende Wellen vorhanden sind, allerdings kennt man deren Polarisation nicht. Daher wird die Rechnung für zwei verschiedene Polarisationen der auslaufenden Welle durchgeführt; zweckmäßig ist die Wahl rechts- und links-zirkularer Polarisation, also

$$\vec{E}(z \geq L) = ae^{i\phi}(\vec{e}_x \mp i\vec{e}_y)e^{ink(z-L)} \tag{23}$$

Daraus erhält man die Anfangsbedingungen an der Stelle  $z = L$  für die Integration.

Die Integration wird mit negativer Schrittweite  $h$  von  $z = L$  bis  $z = 0$  ausgeführt und liefert das elektrische Feld und dessen Ableitung an der Stelle  $z = 0$  für zwei linear unabhängige Lösungen des Gleichungssystems, genauer gesagt je einen Satz von Zahlenwerten  $E_1 \dots E_4, P_1 \dots P_4$ , wobei

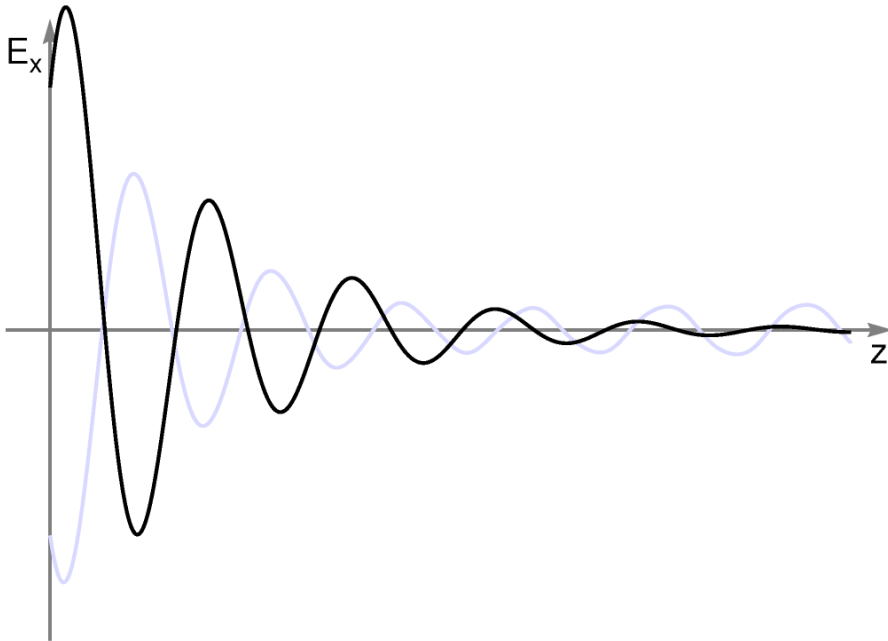


Abbildung 1: Integration der Wellengleichung in einem linksschraubigen Medium. Es wird von rechts nach links integriert, aufgetragen ist der Realteil von  $E_x$ . Schwarz: auslaufende Welle linkszirkular, hellgrau: auslaufende Welle rechtszirkular polarisiert.

$$\begin{aligned} E_x(z=0) &= E_1 + iE_2, & E_y(z=0) &= E_3 + iE_4, \\ P_x(z=0) &= P_1 + iP_2, & P_y(z=0) &= P_3 + iP_4. \end{aligned} \quad (24)$$

Im Bereich  $z < 0$  sind rechts- und linkszirkulare ein- und auslaufende Wellen anzusetzen, also die Summe der folgenden vier Terme:

Einlaufend rechtszirkular:

$$(A_1 + iA_2)(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{ikz} \quad (25)$$

einlaufend linkszirkular:

$$(B_1 + iB_2)(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)e^{ikz} \quad (26)$$

auslaufend rechtszirkular:

$$(C_1 + iC_2)(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)e^{-ikz} \quad (27)$$

auslaufend linkszirkular:

$$(D_1 + iD_2)(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{-ikz} \quad (28)$$

Aus der Stetigkeitsbedingung für  $\vec{E}$  und  $\partial\vec{E}/\partial z$  erhält man acht Gleichungen, aus denen man die Amplituden  $A_1$  bis  $D_2$  bestimmen kann, mit dem Ergebnis

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{4}(E_1 + P_2 + P_3 - E_4), & A_2 &= \frac{1}{4}(-P_1 + E_2 + E_3 + P_4), \\ B_1 &= \frac{1}{4}(E_1 + P_2 - P_3 + E_4), & B_2 &= \frac{1}{4}(-P_1 + E_2 + E_3 - P_4), \\ C_1 &= \frac{1}{4}(E_1 - P_2 + P_3 + E_4), & C_2 &= \frac{1}{4}(P_1 + E_2 - E_3 + P_4), \\ D_1 &= \frac{1}{4}(E_1 - P_2 - P_3 - E_4), & D_2 &= \frac{1}{4}(P_1 + E_2 + E_3 - P_4). \end{aligned} \quad (29)$$

So erhalten wir zwei verschiedene Lösungen, die allerdings beide sowohl links- als auch rechtszirkulare einlaufende Wellen enthalten (d.h. beide sind elliptisch polarisiert). Da die Lösungen verschieden sind, kann man Linearkombinationen bilden, bei denen die einlaufenden Wellen linkszirkular bzw. rechtszirkular sind. Dazu schreiben wir die beiden Lösungen zunächst um:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} &= \left( A^{(1)}(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) + B^{(1)}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \right) e^{ikz} \\ &+ \left( C^{(1)}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) + D^{(1)}(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \right) e^{-ikz} \end{aligned} \quad (30)$$

mit

$$A^{(1)} = A_1^{(1)} + iA_2^{(1)} = |A^{(1)}| e^{i\alpha^{(1)}}, \quad \alpha^{(1)} = \arctan(A_2^{(1)}/A_1^{(1)}) \quad (31)$$



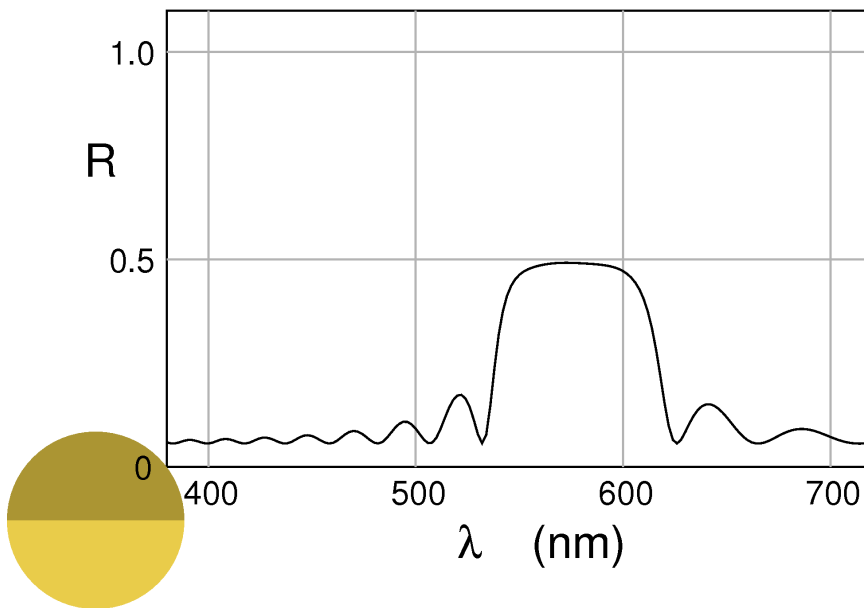


Abbildung 2: Reflexionsvermögen einer linksschraubigen Schicht für unpolarisiertes Licht. Ganghöhe der Schraube: 357 nm, Brechungsindizes:  $n_{\text{parallel}} = 1.701$ ,  $n_{\text{senkrecht}} = 1.535$ , Schichtdicke 2856 nm. Die Farbprobe zeigt in der oberen Hälfte die errechnete Farbe, in der unteren Hälfte dieselbe Farbe mit verdoppelter Helligkeit.

etc., und genauso auch für die zweite Lösung. (Die Postscript-Funktion `atan` verlangt zwei Argumente und liefert den Winkel im richtigen Quadranten; in Fortran heißt die entsprechende Funktion `atan2`, `atan` liefert nur Winkel zwischen  $-\frac{\pi}{2}$  und  $\frac{\pi}{2}$ .)

Nun erhält man die Lösung mit rein linkszirkularer einlaufender Welle als

$$\vec{E}^{\text{li}} = \vec{E}^{(1)} - \frac{A^{(1)}}{A^{(2)}} \vec{E}^{(2)} \quad (32)$$

und für die rechtszirkulare

$$\vec{E}^{\text{re}} = \vec{E}^{(1)} - \frac{B^{(1)}}{B^{(2)}} \vec{E}^{(2)}. \quad (33)$$

Der Reflexionskoeffizient für unpolarisiertes Licht ergibt sich als Mittelwert aus den für die beiden Wellen  $\vec{E}^{\text{li}}$  und  $\vec{E}^{\text{re}}$  errechneten.

Man kann auf die gleiche Weise natürlich auch lineare Polarisation der einlaufenden erhalten, am Mittelwert ändert sich dadurch nichts.

### Verallgemeinerung auf schrägen Lichteinfall

Einfallsebene sei die  $x$ - $z$ -Ebene. Die einfallende Welle hat im „Vakuum“ (Luft) den Wellenzahlvektor

$$\vec{k} = k(\sin(\theta), 0, \cos(\theta)) \quad (34)$$

und das elektrische Feld hat jetzt auch eine nichtverschwindende  $z$ -Komponente. Damit wird die Gleichung (19), in Komponenten ausgeschrieben, zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_x + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + k^2 [(\epsilon + \delta \cos(2Kz)) E_x - \delta \sin(2Kz) E_y] &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + k^2 [-\delta \sin(2Kz) E_x + (\epsilon - \delta \cos(2Kz)) E_y] &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_z + k^2(\epsilon - \delta) E_z &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Das sieht zunächst sehr viel komplizierter aus als Gl. (20), ist es aber nicht. Denn die einfache Geometrie und die Randbedingungen an der Ebene  $z = 0$  verlangen, daß für alle Größen die  $x$ -Abhängigkeit durch den Faktor  $e^{ik_x x}$  gegeben ist. Das führt nur darauf, daß in den Gleichungen (20)  $\epsilon$  durch  $\epsilon - \sin^2(\theta)$  zu ersetzen ist. Und die dritte Gleichung wird zu

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_z + k^2(\epsilon - \delta - \sin^2(\theta)) E_z = 0, \quad (36)$$

sie ist von den beiden anderen entkoppelt und man kann die Lösung sofort hinschreiben.

Die Randbedingungen werden etwas komplizierter. Für die in die Unterlage hinein auslaufende Welle wird

$$A_0(\vec{e}_x \cos(\theta_0) - \vec{e}_z \sin(\theta_0) \mp i\vec{e}_y)e^{ik_0(\cos(\theta_0)(z-L)+\sin(\theta_0)x)} \quad (37)$$

angesetzt, dabei ist  $k_0 = n_0k$  und  $n_0 \sin(\theta_0) = \sin(\theta)$ , und das obere Vorzeichen gilt für die rechtszirkulare Polarisation.

Im Bereich  $z \leq 0$  überlagern sich vier Wellen, einlaufend rechtszirkular, einlaufend linkszirkular, auslaufend rechtszirkular, auslaufend linkszirkular. Diese sind der Reihe nach

$$\begin{aligned} & (A_1 + iA_2)(\cos(\theta)\vec{e}_x - \sin(\theta)\vec{e}_z - i\vec{e}_y)e^{ik(\sin(\theta)x+\cos(\theta)z)} \\ & (B_1 + iB_2)(\cos(\theta)\vec{e}_x - \sin(\theta)\vec{e}_z + i\vec{e}_y)e^{ik(\sin(\theta)x+\cos(\theta)z)} \\ & (C_1 + iC_2)(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_z + i\vec{e}_y)e^{ik(\sin(\theta)x-\cos(\theta)z)} \\ & (D_1 + iD_2)(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_z - i\vec{e}_y)e^{ik(\sin(\theta)x-\cos(\theta)z)} \end{aligned} \quad (38)$$

Aus der Stetigkeit der tangentialen Komponenten von  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  und der senkrechten Komponenten von  $\vec{D}$  und  $\vec{B}$  folgt an der Grenze zur Unterlage bei  $z = L, x = 0$

$$\begin{aligned} E_z &= E_{0,z} \frac{n_0^2}{\epsilon - \delta} = -A_0 \frac{n_0}{\epsilon - \delta} \sin(\theta) \\ E_x &= A_0 \cos(\theta_0) \\ \frac{1}{k} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) &= iA_0 n_0 \\ E_y &= \mp iA_0 \\ \frac{1}{k} \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \pm A_0 n_0 \cos(\theta_0). \end{aligned} \quad (39)$$

Dies sind die Anfangsbedingungen für die Integration der Gleichungen (35, 36). Die Lösung von Gl. (36) ist

$$E_z(x, z) = -A_0 \frac{n_0}{\epsilon - \delta} \sin(\theta) e^{ik(\sin(\theta)x + \sqrt{\epsilon - \delta - \sin^2(\theta)}(z-L))}, \quad (40)$$

die anderen werden numerisch integriert, wie im vorigen Abschnitt beschrieben. Dann bildet man aus den berechneten Feldstärken und Ableitungen bei  $z = 0$  folgende Größen:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\cos(\theta)} E_x &=: E_1 + iE_2 \\
 \frac{1}{k} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) &=: P_1 + iP_2 \\
 E_y &=: E_3 + iE_4 \\
 \frac{1}{k \cos(\theta)} \frac{\partial E_y}{\partial z} &=: P_3 + iP_4.
 \end{aligned} \tag{41}$$

Diese sind stetig und daraus kann man die Amplituden  $A_1$  bis  $D_2$  bestimmen. Das Ergebnis ist identisch mit den Gleichungen (29), und auch der weitere Gang der Rechnung ist derselbe.

### **Trennung von Oberflächenglanz und Remission aus dem Volumen**

Die Objekte, an denen Farben aufgrund von schraubigem Brechungsindex beobachtet werden können, sind Proben von cholesterischen Flüssigkristallen und viele Käfer aus der Überfamilie der Blatthornkäfer (Scarabaeoidea), hier vor allem die Rosenkäfer *Cetonia aurata* und *Protaetia cuprea*. In beiden Fällen sind die länglichen Moleküle annähernd, aber nicht exakt parallel zur Oberfläche ausgerichtet. Während die Reflexion an der Oberfläche spiegelnd erfolgt, wird das Licht von den schraubigen Strukturen etwas diffuser zurückgeworfen. Dadurch können wir den Oberflächenglanz leicht von der aus dem Inneren kommenden Farbe unterscheiden. In der Rechnung sind „ideale“ Bedingungen vorausgesetzt worden, so daß diese Unterscheidung nicht möglich ist.

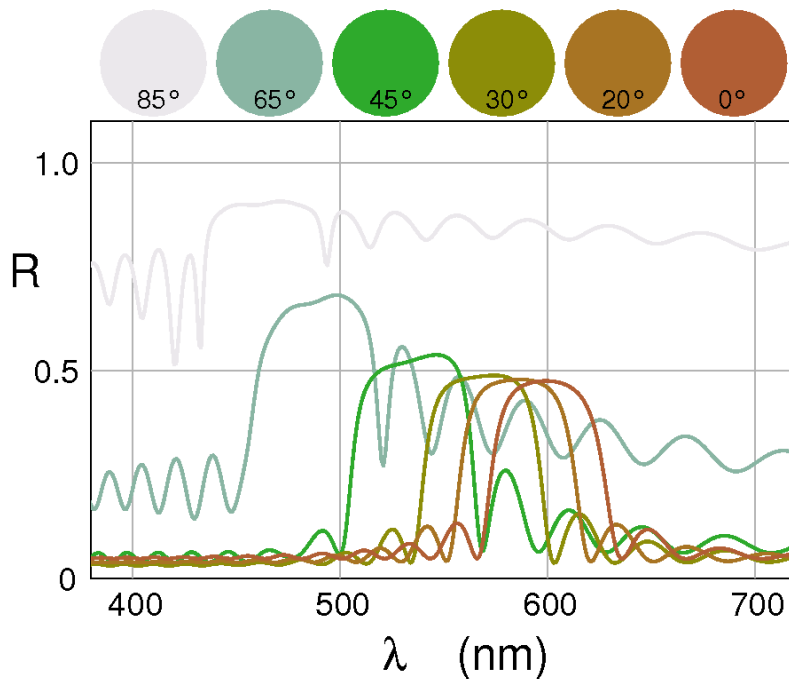


Abbildung 3: Reflexionsvermögen einer linksschraubigen Schicht für unpolarisiertes Licht. Ganghöhe der Schraube: 386.9 nm, Brechungsindizes:  $n_{\text{parallel}} = 1.6$ ,  $n_{\text{senkrecht}} = 1.5$ , Schichtdicke 4000 nm.

Man kann den Oberflächenglanz aber rechnerisch eliminieren, indem man für den Bereich  $z < 0$  nicht Vakuum, sondern ein Medium mit Brechungsindex  $n = \sqrt{\epsilon}$  ansetzt, sozusagen eine Schicht darüberlegt. (Das ist ziemlich genau das, was die Deckplatte bei einer Flüssigkristallprobe bewirkt.) Der Winkel  $\theta$  bezieht sich aber nach wie vor auf Vakuum oder Luft. Statt der Gleichungen (41) hat

14

man jetzt

$$\begin{aligned}\frac{1}{\cos(\theta_0)} E_x &=: E_1 + iE_2 \\ \frac{1}{n_0 k} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) &=: P_1 + iP_2 \\ E_y &=: E_3 + iE_4 \\ \frac{1}{n_0 k \cos(\theta_0)} \frac{\partial E_y}{\partial z} &=: P_3 + iP_4.\end{aligned}\tag{42}$$

zu verwenden, wobei

$$\cos(\theta_0) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta)/n_0^2}.\tag{43}$$

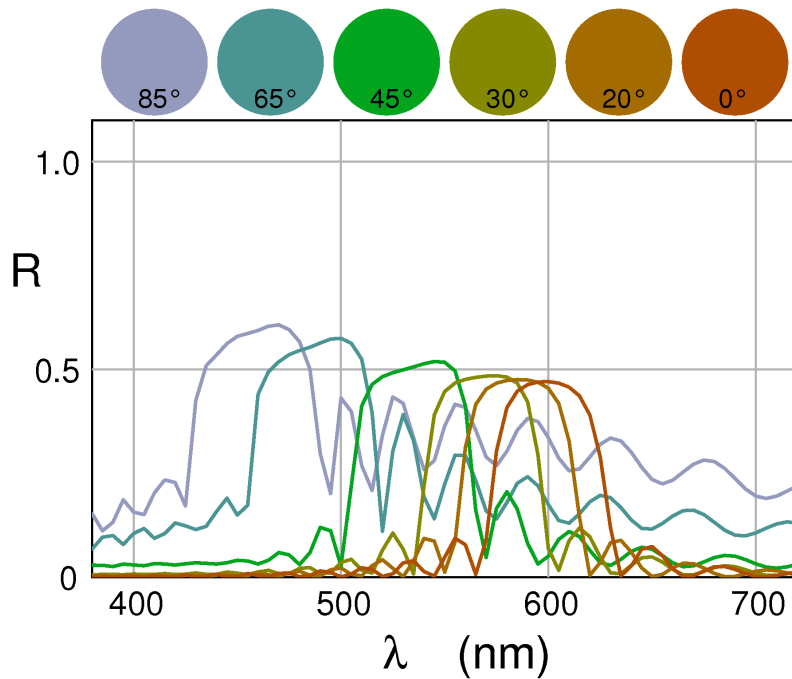


Abbildung 4: Reflexionsvermögen einer linksschraubigen Schicht für unpolarisiertes Licht. Ganghöhe der Schraube: 386.9 nm, Brechungsindizes:  $n_{\text{parallel}} = 1.6$ ,  $n_{\text{senkrecht}} = 1.5$ , Schichtdicke 4000 nm. Die Reflexion an der Oberfläche wurde ausgeschaltet.