Hausübung VIII zur Vorlesung ELEKTRODYNAMIK SoSe 2011

Prof. Dr. Manfred Lein

Abgabe 21. Juni 2011 vor der Vorlesung PD Dr. Mic$\hbar$ael Flohr

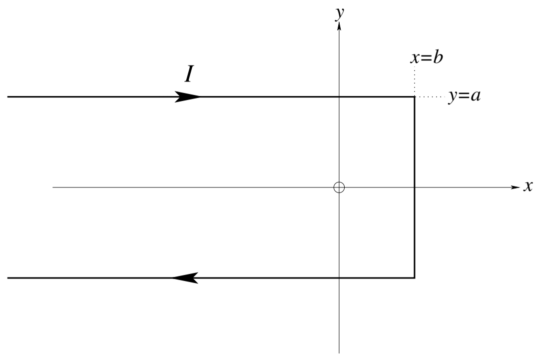
---

MAGNETOSTATIK

In der Vorlesung wurde mit der Behandlung von Magnetfeldern begonnen, die auf stationäre Ströme zurückgehen. Dabei tritt insbesondere eine neue Größe auf, das Vektorpotential $\vec{A}$.

[H22] *Um die Ecke gedrahtet* **[$4+2+2+2=10$ Punkte]**

Ein langer, von einem Strom I durchflossener, Draht liege in der (x, y)-Ebene wie in der Abbildung skizziert. Die z-Achse zeige aus der Papierebene heraus.



(a) Berechnen Sie aus dem Biot-Savart'schen Gesetz die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ im Ursprung $\vec{0}$.

(b) In welche Richtung zeigt das $\vec{B}$-Feld im Ursprung? *Hinweis*: Keine Rechnung erforderlich.

(c) Wie groß ist das $\vec{B}$-Feld im Ursprung $\vec{0}$ für den Fall $b \to \infty$? *Hinweis*: Dies kann man auch ohne Biot-Savart lösen.

(d) Wie lautet die erste Korrektur zu (c) im asymptotischen Bereich $b \gg a$, geschrieben als Funktion von $1/b$?

[H23] *Rotierende geladene Kugel* **[$2+4+4=10$ Punkte]**

Eine Kugelschale vom Radius R trage die Ladung Q, die homogen auf der Oberfläche verteilt sei, und rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \hat{e}_z$.

(a) Berechnen Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}) = \vec{v}(\vec{r})\rho(\vec{r})$ mit $v(\vec{r}) = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

(b) Berechnen Sie das magnetische Moment $\vec{m}$ der Kugel (Definition wie in Vorlesung gegeben).

(c) Die Kugelschale habe eine homogene Massenbelegung mit Gesamtmasse M. Bestimmen Sie das gyromagnetische Verhältnis γ, d.h., das Verhältnis des magnetischen Moments zum mechanischen Drehimpuls $\vec{L} = J\vec{\omega}$. *Hinweis*: Das Trägheitsmoment einer Kugelschale bezüglich der z-Achse ist

$$J = \int \mathrm{d}^3 r\, \rho_{\text{mat}}(r)(x^2 + y^2)\,,$$

wobei $\rho_{\text{mat}}(r)$ die Massendichte der Kugelschale ist.

[H24] *Stromdurchflossener Zylinder* **[$5+5=10$ Punkte]**

Ein unendlich langer Zylinder (Radius R) führe eine homogene Stromdichte $\vec{j}$ parallel zur Zylinderachse.

(a) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ außerhalb des Zylinders, also für Abstände $\rho > R$ von der z-Achse, mit Hilfe des Satzes von Stokes (Ampère'sches Durchflutungsgesetz).

(b) Wie lautet die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ im Innern des Zylinders, also für $\rho < R$?

[H25*] *Vektorpotential* **[4* + 6* = 10* Extrapunkte]**

(a) Wie lautet das Vektorpotential für ein homogenes, statisches, Magnetfeld $\vec{B}$?

(b) Zeigen Sie: Jedes ausreichend schnell im Unendlichen abfallende Magnetfeld $\vec{B}$ lässt sich genau dann als Rotation $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ eines Vektorpotentials $\vec{A}$ schreiben, wenn seine Divergenz $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ist. *Hinweis*: Die eine Richtung ist trivial, für die andere machen Sie den Ansatz

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \mathrm{d}V' \frac{\nabla' \times \vec{B}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\,.$$