WELLENGLEICHUNGEN

Die Vorhersage der Existenz elektromagnetischer Wellen im Vakuum ist einer der großen Triumphe der theoretischen Physik.

[P27] *Wellengleichungen aus den Maxwell-Gleichungen*
Wir wollen die Wellengleichungen für die elektrische und magnetische Feldstärke, $\vec{E}$ und $\vec{B}$, aus den Maxwell-Gleichungen herleiten.

(a) Wie lauten die Maxwell-Gleichungen im ladungsfreien Vakuum?

(b) Entkoppeln Sie dieses Gleichungssystem, indem Sie die Rotation der Gleichungen betrachten, die die Rotationen der Feldstärken enthalten.

(c) Zeigen Sie: $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) - (\nabla \cdot \nabla)\vec{V}$ für beliebige Vektorfelder $\vec{V}$.

(d) Nutzen Sie die Formel aus (c), um für die Feldstärken die Wellengleichungen herzuleiten.

ELEKTROMAGNETISCHE INDUKTION

Ströme erzeugen Magnetfelder. Umgekehrt erzeugen Magnetfelder aber auch Ströme, worauf letztlich die Stromerzeugung in Generatoren von Kraftwerken beruht.

[P28] *Rotierende Leiterschleife*
Betrachten Sie eine quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge a, deren Mittelpunkt im Ursprung liegt. Die Leiterschleife befinde sich zur Zeit $t = 0$ in der xy-Ebene und rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_x$ um die x-Achse. Der Leiter befinde sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$.

(a) Um das Faraday'sche Induktionsgesetz anwenden zu können, brauchen Sie das vektorielle Flächenelement $\mathrm{d}\vec{A} = \vec{n}(t)\mathrm{d}A$ der Leiterschleife. Berechnen Sie zunächst den zeitabhängigen Normalenvektor für die von der Leiterschleife umschlossene Fläche.

(b) Berechnen Sie die in dem Leiter erzeugte Induktionsspannung als Funktion der Zeit.

(c) Machen Sie sich klar, dass der resultierende Stromfluss im Leiter damit tatsächlich so fließt, dass er stets der Flussänderung durch sein induziertes $\vec{B}$-Feld entgegenwirkt.