Prof. Dr. Norbert Dragon
PD Dr. Mic$\hbar$ael Flohr

EIGENWERTE UND EIGENVEKTOREN VON MATRIZEN

Die Kenntnis von Eigenvektoren und Eigenwerten einer linearen Abbildung charakterisiert diese vollständig.

[P16] *Eigenwerte*
Betrachten Sie ein reelle 2×2 Matrix

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} .$$

Wann hat diese Matrix M reelle, und wann komplexe Eigenwerte?

Berechnen Sie die Eigenwerte für die folgenden beiden Beispiele explizit, und prüfen Sie, ob diese reell oder komplex sind:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad M = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix} .$$

Interpretieren Sie, um was für Abbildungen es sich jeweils handelt.

[P17] *Lorentz-Boosts II*
Betrachten Sie einen Lorentz-Boost in einer $1 + 1$-dimensionalen Raumzeit,

$$L(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \begin{pmatrix} 1 & v \\ v & 1 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren dieser Matrix. Es sei λ_v einer der Eigenwerte, und e_+ der zugehörige Eigenvektor. Berechnen Sie aus $L(u)L(v)e_+ = \lambda_u \lambda_v e_+$ das Gruppengesetz $L(w) = L(u)L(v)$, also die Funktion $w(u, v)$.

[P18] *Charakteristisches Polynom*
Betrachten Sie ohne Ihre Mitschrift zu Rate zu ziehen die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 8 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie $\det(M - \lambda \mathbb{1})$, das charakteristische Polynom. Bestimmen Sie dessen Nullstellen. *Hinweis*: Bereits vorhandene Linearfaktoren bitte keinesfalls ausmultiplizieren. Solche Faktoren stellen ja bereits eine Nullstelle dar, so dass Sie nur noch die weiteren Nullstellen eines Polynoms kleineren Grades bestimmen müssen.