DREHUNGEN

Wir untersuchen das Verhalten physikalischer Systeme unter Drehungen. Bei vielen Systemen kann eine geeignete Drehung die Sache stark vereinfachen, zum Beispiel bei gekoppelten Schwingungen.

[P15] *Allgemeine Form einer Drehung*
Es sei D eine Drehung um den Winkel ϕ mit Drehachse $\hat{e}$. Es gilt allgemein

$$\begin{aligned} D\vec{x} &= (\hat{e}\cdot\vec{x})\hat{e} + \cos\phi(\hat{e}\times\vec{x})\times\hat{e} - \sin\phi(\hat{e}\times\vec{x}) \\ &= \Big(\cos\phi\,\mathbb{1} + (1-\cos\phi)\hat{e}\otimes\hat{e} - \sin\phi\,\hat{e}\times\Big)\vec{x}\,. \end{aligned}$$

Geben Sie die Komponenten D_{ij} von D an. Was ist wohl D^{T}? Und wie erhält man in dieser Darstellung von D die Orthogonalitätsbedingung $D\,D^{\mathsf{T}} = \mathbb{1}$?

[P16] *Leitfähigkeitstensor*
Der Zusammenhang zwischen Stromdichte $\vec{j}$ und elektrischem Feld $\vec{E} \perp \vec{e}_z$ in Anwesenheit eines Magnetfeldes $\vec{B} \parallel \vec{e}_z$ lautet

$$\vec{j} = \sigma_0\vec{E} - \frac{\sigma_0}{nec}\vec{j}\times\vec{B}\,.$$

Hierbei ist die Leitfähigkeit σ_0 ohne $\vec{B}$-Feld ein Skalar, und n ist die Elektronendichte. Schreiben Sie dies in der Form $\vec{E} = \rho\,\vec{j}$ bzw. $\vec{j} = \sigma\,\vec{E}$ mit 2×2-Matrizen ρ bzw. σ für den Resistivitäts- bzw. den Leitfähigkeitstensor.