

## RECHENFERTIGKEITEN

Bei diesen Aufgaben geht es darum, Ausdrücke so umzuformen, dass sie eine möglichst einfache und übersichtliche Gestalt annehmen. Dies übt die fundamental wichtige Fertigkeit der algebraischen Manipulation von Ausdrücken.

**[H1] Nicht additiv** **[2 + 3 + 5 = 10 Punkte]**

Oft sind physikalische Größen additiv, zum Beispiel Längen, oder (kleine) Geschwindigkeiten. Es kann aber auch ganz anders sein. Eine physikalische Größe  $\chi$  erfülle folgendes Gesetz:

$$\chi(w) = \chi(u) \cdot \chi(v), \quad \chi(z) = \frac{1+z}{1-z}.$$

Nun interessiert man sich dafür, wie sich  $w$  als Funktion von  $u$  und  $v$  ergibt.

- Schreiben Sie die obige Gleichung für  $\chi$  aus, in dem Sie die Definition von  $\chi$  überall einsetzen.
- Lösen Sie die linke Seite, in der nur  $w$  vorkommt, nach  $w$  auf. Setzen Sie dafür  $\frac{1+w}{1-w} = x$  und lösen Sie dies nach  $w$  auf.
- Setzen Sie nun für  $x$  in Ihrem Ergebnis aus (b) die rechte Seite ein und vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich.

**[H2] Vereinfachen** **[1 + 4 + 5 = 10 Punkte]**

In einer Rechnung der relativistischen Physik taucht der Ausdruck

$$\frac{2m}{m+E} + \frac{\vec{p}^2}{(m+E)^2}$$

auf. Hierbei hängen die Energie  $E$ , der Impuls  $\vec{p}$  und die Masse  $m$ , in Maßeinheiten mit  $c = 1$ , durch  $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$  miteinander zusammen.

- Ersetzen Sie hiermit im obigen Ausdruck  $\vec{p}^2$ .
- Bringen Sie alles auf einen gemeinsamen Nenner und vereinfachen Sie so weit wie möglich.
- Statt alles auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen, können Sie den zweiten Bruch auch kürzen. Und zwar wie?

**[H3] Quadratische Ergänzung** **[5 + 5 = 10 Punkte]**

Gegeben sei ein Polynom  $P(z) = z^2 + pz + q$ .

- Schreiben Sie  $P(z)$  als Differenz von Quadraten,  $P(z) = (z+a)^2 - b^2$ , wobei  $a$  und  $b$  nicht von  $z$  abhängen.
- Schreiben Sie diese Differenz mit Hilfe der Binomischen Formel  $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$  als Produkt zweier Faktoren,  $P(z) = (z-z_1)(z-z_2)$ . Was ergibt sich also für die Nullstellen des Polynoms  $P(z)$ ?

## HINWEIS

**Bitte geben Sie auf Ihren abgegebenen Lösungen immer Name, Vorname, Matrikelnummer und die Übungsgruppe (Nummer und Name des Tutors) an! Lösungen unbedingt zusammenheften!**