

Rechenmethoden der Physik II, Hausübung 1

Dozent: PD Dr. Michael Flohr

Übungsleiter: Markus Otto

Abgabe: Dienstag, 15.04.2008

[H1] Ableitung in Kugelkoordinaten (1 + 2,5 + 1,5 = 5 Punkte)

Die Kugelkoordinaten sollten uns aus RdP I schon sehr vertraut sein – trotzdem kann ein wenig Rechnen mit ihnen auf diesem Zettel nicht schaden:

$$\vec{x}(r, \theta, \varphi) = r \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

- (a) Wie in [P1] berechnen wir zunächst die Jacobimatrix $\text{Jac}_{(r,\theta,\varphi)} \vec{x} =: M$ und ihre Funktionaldeterminante.
- (b) Wie lautet die Umkehrtransformation obiger Abbildung $\vec{u} = (r, \theta, \varphi)^\top = ?$ und ihre Jacobimatrix $(\text{Jac}_{\vec{x}} \vec{u})|_{\vec{x}} =: N$? Probe: Ist $M \cdot N = \mathbf{1}$?
- (c) Wie lautet das Linienelement $(ds)^2$ in Kugelkoordinaten?

Btw: Abkürzungen erleichtern das (Studenten-)Leben.

[H2] Parabolische Zylinderkoordinaten (1,5 + 0,5 + 1 = 3 Punkte)

Es seien (x_1, x_2, x_3) die kartesischen Koordinaten. Aus der Transformation

$$x_1 = \frac{1}{2}(u^2 - v^2), \quad x_2 = uv, \quad x_3 = z$$

erhält man die parabolischen Zylinderkoordinaten (u, v, z) .

- (a) Die drei Einheitsvektoren \vec{e}_u , \vec{e}_v und \vec{e}_z möchten bestimmt werden. Bilden Sie ein VONS? Skizze!
- (b) Wie lautet Nabla in parabolischen Zylinderkoordinaten?
- (c) Ein Planet (m) bewege sich entlang der Bahn $\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ durch Wechselwirkung mit einem Stern (M) im Ursprung. Wie lautet der Energiesatz?

[H3] Nabla in Kugelkoordinaten (1 + 1 = 2 Punkte)

Gerade Kugel- und Zylinderkoordinaten sind für die demnächst zu behandelnde Elektrodynamik immens wichtig. Dafür wird u.a. auch ∇ in Kugelkoordinaten benötigt.

- (a) Wie lautet Nabla in Kugelkoordinaten $\vec{u} = (r, \theta, \varphi)^\top$?
- (b) Man berechne explizit mit (a) die Ausdrücke

$$\nabla_{\vec{u}} \cdot \vec{x}(\vec{u}) \quad \text{und} \quad \nabla_{\vec{u}} \times \vec{x}(\vec{u})$$

des Ortsvektors $\vec{x}(r, \theta, \varphi)$ der Kugelkoordinaten.

Übungsgruppen

| Uhrzeit | Ort | Tutor |
|-------------|------------------------|----------------------|
| FR, 08 - 10 | Seminarraum 268 (ITP) | Ingo Dreißigacker |
| FR, 08 - 10 | Hermann-Windel-Hörsaal | Carsten Schulte |
| FR, 08 - 10 | F342 | Konrad Schwerdtfeger |
| FR, 12 - 14 | Seminarraum 268 (ITP) | Vladimir Schkolnik |
| FR, 12 - 14 | Seminarraum 269 (ITP) | Sina Malobabic |
| FR, 14 - 16 | F142 | Jan H. Pödl |
| FR, 14 - 16 | G123 | Felix Lubbe |
| FR, 14 - 16 | F428 | Manuel Popp |