KLAUSUR zu den Rechenmethoden der Physik II

Samstag, 12.07.2008, PD Mic$\hbar$ael Flohr, M. Otto

Bitte beachten Sie:

- Auf jedem Blatt sind Name und Vorname sowie Matrikelnummer zu vermerken.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen mit Tinte (Kugelschreiber, Füller) auf.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt.
- Es sind alle Aufgaben zu lösen und zwar allein.
- Das Abschreiben oder die Verwendung nicht ausdrücklich zugelassener Hilfsmittel während der Klausur wird als Betrugsversuch gewertet und führt zum Nichtbestehen der Klausur!
- Bearbeitungszeit: 1 Stunde.

Es gibt insgesamt 18 Punkte. Sie brauchen **8 Punkte** um die Klausur zu bestehen. Ein eventuelles Herabsetzen der Bestehensgrenze behalten wir uns vor.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Aufgabe	[K1]	[K2]	[K3]	[K4]	$\sum$
max. Punkte	**5**	**4**	**5**	**4**	**18**
err. Punkte					
Korrektor					

[K1] *10 Kurzfragen* **($10 \times 0{,}5 = 5$ Punkte)**

(a) Wie lautet das Volumenelement d^3x in Kugelkoordinaten?

(b) $\nabla \cdot \vec{E} = 0$, dann ist $\int_F \mathrm{d}\vec{f}\ \vec{E} = ?$

(c) Man entwickle das Potential $V(x,y) = \sin(xy)$ um $(0,0)$ bis zweite Ordnung.

(d) $\ddot{x} = \omega^2 x + A\ ,\ \ x(t) = ?$

(e) Welche formale Lösung besitzt die Diffusionsgleichung $(\partial_t - D\Delta)\phi(\vec{r},t) = 0$ bei gegebenem $\phi(\vec{r},0)$?

(f) Wie lauten die Maxwell-Gleichungen der Magnetostatik?

(g) Wie folgt die Konti aus den Maxwell-Gleichungen?

(h) Wie lautet das Skalarpotential ϕ für eine Punktladung $\rho(\vec{x}) = Q\delta(\vec{x} - \vec{x}_0)$?

(i) Welche Green'sche Funktion $G(x,0)$ gehört zum Operator $\frac{d}{dx}$?

(j) Wie lautet die Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$ eines homogen geladenen, unendlich dünnen Stabes, welcher sich ab $z = 0$ entlang der z-Achse erstreckt?

[K2] *Rotationsparaboloid* **($1 + 3 = 4$ Punkte)**

Die Randfläche eines Rotationsparaboloiden mit Radius R und Höhe CR^2, $C > 0$ sei durch

$$z(x,y) = C(x^2 + y^2)$$

gegeben.

(a) Man skizziere den Körper und wähle eine geeignete Parametrisierung $\vec{x}(\vec{u})$.

(b) Man berechne via

$$F = \int \mathrm{d}^2u \sqrt{\det(g_{ij})}$$

die Oberfläche des Körpers, wobei g_{ij} die Metrik ist und sich aus den Skalarprodukten $\vec{t}_{u_i} \cdot \vec{t}_{u_j}$ der Tangentialvektoren $\vec{t}_{u_i} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial u_i}$ zusammensetzt.

[K3] *Maxwell-Gleichungen* **($1 + 1{,}5 + 1 + 1{,}5 = 5$ Punkte)**

In einem Raumbereich liege das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \alpha t \cdot (x^2 + z^2, -y^2 + z^2, xy)$$

vor.

(a) Welches magnetische Feld gehört dazu?

(b) Welche ρ und $\vec{\jmath}$ stellen $\vec{E}$ her?

(c) Probe: Sind alle Maxwell-Gleichungen und die Kontinuitätsgleichung erfüllt?

(d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B})$ und seine Divergenz $\nabla \cdot \vec{S}$.

[K4] *Wellenpaket und Fourier-Transformation* **($1 + 1 + 2 = 4$ Punkte)**

Ein Wellenpaket sei gegeben durch

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \mathrm{d}k\ A(k) e^{\mathrm{i}(kx - \omega(k)t)}$$

(a) Man zeige, dass $u(x,t)$ die 1D-Wellengleichung erfüllt, wenn die Dispersionsrelation $\omega(k) = ck$ gilt.

(b) Man zeige, dass $A(k) = \widetilde{u(x,0)}$, $A(k)$ somit die Fourier-Transformierte von $u(x,0)$ ist.

(c) Mittels der Fourier-Transformation aus (b) berechne man die Amplitude $A(k)$, wenn $u(x,0) = Ce^{-x^2}$, und skizziere $A(k)$ über k.