(zu bearbeiten am Dienstag, 31.01.2017)

Aufgabe P26 *Kurzfragen*

(a) Was folgt, wenn eine Koordinate in der Lagrange-Funktion nicht vorkommt?

(b) Warum führt ein drehinvariantes Potential auf ebene Bahnen?

(c) Zeigen Sie: Der Drehimpuls eines Systems von Teilchen ist unabhängig von der Wahl des Koordinatenursprungs, wenn der Gesamtimpuls des Systems verschwindet.

(d) Eine gleichförmig bewegte Uhr durchläuft das Ereignis $(ct, x) = (0, 0)$ und $(ct', x') = c\tau(5, 4)$. Welche Zeit vergeht auf der bewegten Uhr?

Aufgabe P27 *Relativistischer Zerfall eines Teilchens*

(a) Betrachten Sie den Zerfall eines ruhenden relativistischen Teilchens der Masse M. Zeigen Sie mit Energie- und Impulserhaltung, dass die Masse des zerfallenden Teilchens größer ist als die Summe $m_1 + m_2$ der Massen der Zerfallsprodukte.

(b) Was bedeutet die obige Relation für den Zerfall eines Teilchens in zwei masselose Teilchen? Überzeugen Sie sich, dass eine analoge geometrische Aussage lautet: Die Summe zweier lichtartiger Vektoren, $v_i = \lambda_i \binom{1}{\vec{e}_i}$, $i = 1, 2$, ist lichtartig oder zeitartig.

Aufgabe P28 *Komet*

Ein Komet bewegt sich auf einer parabolischen Bahn im Gravitationsfeld der Sonne. Seine Bahnebene fällt mit der Ebene der als kreisförmig anzunehmenden Erdbahn um die Sonne zusammen. Sein Perihelabstand beträgt ein Drittel des Radius der Erdbahn. Für wie viele Tage befindet sich der Komet innerhalb der Erdbahn? Die Störung der Kometenbahn durch die Planeten sei zu vernachlässigen.

Hinweise: Verwenden sie den Energiesatz, wobei für die parabolische Bewegung $E = 0$ gilt. Betrachten Sie den Umkehrpunkt.

Aufgabe P29 *Bewegung im Zentralpotential*

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich in einem Zentralpotential
$V(\vec{r}) = \alpha \ln r$, $\alpha > 0$.

(a) Welche Symmetrien und Erhaltungsgrößen hat dieses System? Folgern Sie daraus, dass die Bewegung jeweils in einer Ebene stattfindet.

(b) Führen Sie ebene Polarkoordinaten (r, φ) ein und bestimmen Sie das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r)$.

(c) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen in r. Zeigen Sie, dass für nicht verschwindenden Drehimpuls ein stabiles Gleichgewicht vorliegt. Berechnen Sie die Frequenz ω kleiner Schwingungen um die Gleichgewichtslage:

$$V_{\text{eff}}(r) = V_{\text{eff}}(r_0) + \tfrac{1}{2}\omega^2 (r - r_0)^2 + \cdots$$