

VEKTOREN UND KREUZPRODUKT

Mit diesen Aufgaben lernen Sie weitere Konzepte kennen, bei denen Vektoren und deren Abbildungen eine wichtige Rolle spielen.

[H5] Zeitabhängige Vektoren **[1 + 1 + 1 = 3 Punkte]**

Eine Lichtquelle kreist mit festem Abstand r und mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in der xz -Ebene um die y -Achse. Das Licht fällt durch eine Lochblende, die sich parallel zur y -Achse mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt, auf einen feststehenden Bildschirm, der senkrecht zur x -Achse im Abstand $2a$ zum Ursprung angeordnet ist. Dabei sei zum Startzeitpunkt $t = 0$ die Lichtquelle bei $(r, 0, 0)$ und die Lochblende bei $(a, 0, 0)$. Es sei $a > r$.

- Erstellen Sie eine Skizze der Anordnung.
- Geben Sie die Bahnkurve der Lichtquelle an, sowie die Bahnkurve der Lochblende.
- Geben Sie nun den Lichtstrahl an, der zu einer Zeit t von der Lichtquelle durch die Lochblende geht. Vernachlässigen Sie dabei, dass Lichtausbreitung Zeit benötigt. Welche Bahnkurve beschreibt der Lichtstrahl auf dem Schirm?

[H6] Quader **[2 + 1 = 3 Punkte]**

Die Seitenlängen eines Quaders seien a, b und c .

- Geben Sie die Winkel zwischen den Raumdiagonalen an.
- Wie lang muss die längste Kante sein, damit einer dieser Winkel 90° beträgt?

[H7] Flächen **[2 + 1 = 3 Punkte]**

Welche Punkte mit Ortsvektor \vec{r} lösen die Gleichungen

- $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \vec{r} = 0$ oder
- $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \vec{a} = 0,$

wobei \vec{a} ein fest vorgegebener Vektor ist? *Hinweis:* Addieren Sie zur ersten Gleichung etwas, so dass ein vollständiges Quadrat entsteht.

[H8] Kreuzprodukt **[2 + 1 = 3 Punkte]**

- Schreiben Sie die Komponenten des Kreuzproduktes $\vec{a} \times \vec{b}$ unter Verwendung des ε -Symbols und berechnen Sie damit, wie sich das Produkt $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ als Linearkombination der Vektoren \vec{b} und \vec{c} schreibt.
- Widerlegen Sie die irriige Ansicht, das Vektorprodukt sei assoziativ, durch Angabe eines Gegenbeispiels.

HINWEIS

Bitte geben Sie auf Ihren abgegebenen Lösungen immer Name, Vorname, Matrikelnummer und die Übungsgruppe an!