

FELDGLEICHUNGEN

Wir betrachten einige einfache Situationen, in denen wir grundlegende Eigenschaften der elektromagnetischen Felder leicht bestimmen können.

[P8] Poynting Vektor

Gegeben sei ein zylindrischer ohmscher Draht mit der Leitfähigkeit σ und mit dem Radius a . Durch eine an den Enden angelegte Spannung U ergebe sich ein homogenes elektrisches Feld im Innern des Drahtes.

- Berechnen Sie den Poynting-Vektor.
- Berechnen Sie $\operatorname{div} \vec{S}$ und stellen Sie die Energiebilanz unter Berücksichtigung der ohmschen Verluste auf.

Diskutieren Sie nun den Fall zweier paralleler idealer Leiter vom Kraftwerk zum Verbraucher und zurück. Wie zeigt nun – im Gegensatz zum einfachen ohmschen Leiter – der Poynting-Vektor?

[P9] Rotation und Divergenz

Berechnen Sie die Rotation $(\operatorname{rot} \vec{A})^i = \varepsilon^{ijk} \partial_j A^k$ und die Divergenz $\operatorname{div} \vec{A} = \partial_j A^j$ der Vektorfelder

$$\vec{A}(t, \vec{x}) = \Re \vec{A}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)},$$

$$\vec{B}(t, \vec{x}) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sqrt{x^2 + y^2} \frac{J}{R^2} \vec{e}_\varphi & \text{falls } \sqrt{x^2 + y^2} < R \\ \frac{1}{2\pi} \frac{J}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e}_\varphi & \text{falls } \sqrt{x^2 + y^2} \geq R \end{cases}.$$

Dabei bezeichnet \Re den Realteil und \vec{A}_0 einen konstanten Vektor. Weiter sind der Wellenvektor \vec{k} , der Strom J und der Radius R reelle Konstanten. *Hinweis:* $\vec{e}_\varphi = (-y, x, 0)/\sqrt{x^2 + y^2}$.