

WIEDERHOLUNG

Wir wiederholen einige grundlegende Sachverhalte der Mathematischen Methoden der Physik, die uns in diesem Semester recht oft begegnen werden. Was zeitlich in der Präsenzübung nicht mehr geschafft wird, sollten Sie bitte unbedingt statt einer Hausübung zu Hause nacharbeiten und wiederholen.

[P1] Dirac'sche δ -Distribution

- (a) Zeigen Sie durch Anwenden auf eine Testfunktion f , dass gilt:

$$f(x)\delta'(x-a) = -f'(a)\delta(x-a).$$

- (b) Zeigen Sie durch Anwenden auf eine Testfunktion f , dass

$$\delta(g(x)) = \sum_i \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x-x_i)$$

ist, wobei die Summation über die *einfachen* Nullstellen x_i von $g(x)$ läuft.

[P2] Taylor-Reihen

- (a) Berechnen Sie die Taylorentwicklung des Coulombpotentials

$$\phi(\vec{r}) = \frac{\alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

einer Punktladung bei \vec{r}' bis zur einschließlich zweiten Ordnung in \vec{r} .

- (b) Bestimmen Sie die Taylorreihe einer ebenen Welle, $\phi(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$, wobei \vec{k} ein konstanter Vektor ist.

[P3] Krummlinige Koordinaten

- (a) Berechnen Sie die Funktionaldeterminante $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \vartheta, \varphi)}$ für den Wechsel von kartesischen auf Kugelkoordinaten. Geben Sie die Basisvektoren \hat{e}_r , \hat{e}_ϑ und \hat{e}_φ an.
- (b) Berechnen Sie das vektorielle Flächenelement für die Oberfläche einer Kugel vom Radius R . Schreiben Sie es in der Form $d\vec{f} = \vec{n} df$ mit dem Flächennormalenvektor \vec{n} .
- (c) Geben Sie die drei-dimensionale δ -Distribution $\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ in kartesischen und in Kugelkoordinaten an.