

## ABLEITUNGEN, POTENTIALE, FELDER

Wir beginnen, die mathematischen Grundlagen der Analysis, so sie für die Physik wichtig sind, zu erarbeiten.

**[H25] Potentiale** **[1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6 Punkte]**  
Welche der folgenden Kraftfelder besitzen ein Potential? Hierbei ist  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Geben Sie das etwaige Potential an.

- (a)  $\vec{F}(\vec{r}) = (x, 0, 0)$ ;
- (b)  $\vec{F}(\vec{r}) = (x, y, 0)$ ;
- (c)  $\vec{F}(\vec{r}) = (-y, x, 0)$ ;
- (d)  $\vec{F}(\vec{r}) = -(y + z, z + x, x + y)$ .

*Hinweise:* Hier helfen Ihnen die in der Vorlesung eingeführten Differentiationen  $\text{grad}\vec{F}$  und  $\text{rot}\vec{F}$ .

**[H26] Felder** **[1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6 Punkte]**  
Berechnen Sie die zu den folgenden Potentialen gehörenden Kraftfelder und skizzieren Sie qualitativ die Äquipotentiallinien in der Ebene  $z = 0$ . Welche der zugehörigen Kraftfelder sind Zentralfelder?

- (a)  $V(\vec{r}) = A(x^4 + y^4 + z^4)$ ,  $A = \text{const}$ ;
- (b)  $V(\vec{r}) = A(x^4 + y^4 + z^4 + 4x^2y^2 + 4y^2z^2 + 4z^2x^2)$ ,  $A = \text{const}$ ;
- (c)  $V(\vec{r}) = \vec{a} \cdot \vec{r}$ ,  $a^i = \text{const}$ ;
- (d)  $V(\vec{r}) = a/r^2 - b/r$ ,  $a, b = \text{const}$ .

*Hinweise:* Äquipotentiallinien sind die Graphen der Punktmenge  $\{\vec{r} : V(\vec{r}) = \text{const}\}$ , hier also  $\{(x, y) : V(x, y, 0) = \text{const}\}$ . Zentralfelder sind Felder  $\vec{F}(\vec{r})$ , die die Form  $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\frac{\vec{r}}{r}$  mit  $r = |\vec{r}|$  haben. Sie zeigen also immer auf ein Zentrum hin oder von ihm weg, und die Kraft hängt in Ihrer Stärke nur vom Abstand ab.

**[H27\*] Tangentialvektoren** **[6\* Extrapunkte]**  
Zeigen Sie, dass die Tangentialvektoren an eine  $n$ -dimensionale Kugeloberfläche senkrecht auf den zugehörigen Ortsvektoren vom Kugelmittelpunkt zur Kugeloberfläche stehen. *Hinweis:* Differenzieren Sie eine für die Kugel charakteristische Funktion der Koordinaten  $\vec{r}(t)$  einer Bahn auf der Kugeloberfläche.

## HINWEIS

**Bitte geben Sie auf Ihren abgegebenen Lösungen immer Name, Vorname, Matrikelnummer und die Übungsgruppe an!**