

Das 3-Körper-Problem

Von: Jonathan Morgner
Sebastian Kinnewig

Gliederung:

Suche nach der Analytischen Lösung

Das mitrotierende-schwerpunkts-System

Numerische Fehler

Stabile Trajektorien

Allgemeines 3-Körper-Problem

Spezialfälle

N-Körper-Problem

Habitable Zonen

Suche nach der Analytischen Lösung:

- Wegen der nichtexistenz von weiteren Erhaltungsgrößen ist das 3-Körper-Problem nicht algebraisch integrierbar
- *Karl Sundmann* stellt analytische Lösung in Form einer Reihe auf

$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = G \frac{m_1 m_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} + G \frac{m_1 m_3 (\vec{r}_3 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3}$$

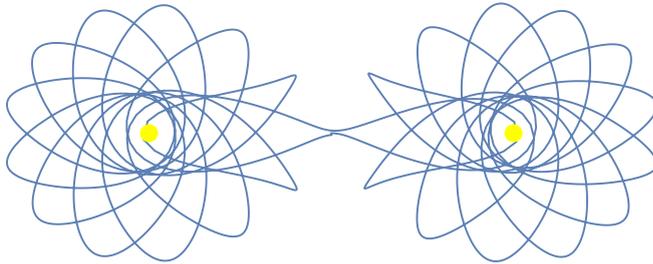
Problem bei $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$, $\vec{r}_1 = \vec{r}_3$ bzw. $\vec{r}_2 = \vec{r}_3$

- Singularitäten bei Kollisionen
- Jedoch: Es können nicht alle 3 Körper gleichzeitig miteinander kollidieren
- Es kann also nur eine Lösung bis zur Kollision geben
- Lösung Variablentransformation, so dass die Singularitäten im Unendlichen sind

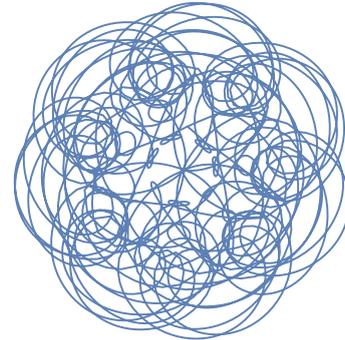
"Although the conclusion given here provides a way to integrate the n-body-problem, one does not obtain a useful solution in series expansion. The reason for this is because the speed of convergence of the resulting solution is terribly slow." - Wang Qiu-Dong 1990"

Das mitrotierende-schwerpunkts-System:

Im mitrotierende – schwepunkts – System



Im schwepunkts – System



● Sonne

— Umlaufbahn des Kometen

Verhältniss der Sonnenmassen 1 : 1

Periodendauer der Sonnen 2π

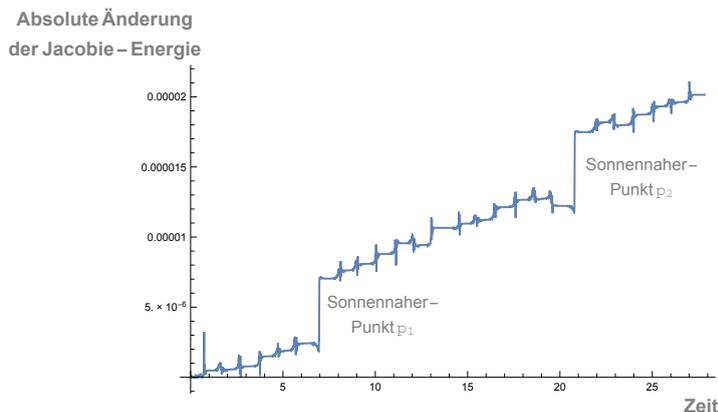
Periodendauer der des Kometen 27.83

Jacobi Energie :

$$E_J = \frac{m}{2} (\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2 + \dot{\xi}_3^2) - \frac{m\omega^2}{2} (\xi_1^2 + \xi_2^2) + V[\xi]$$

Im mitrotierendem System ist die Jacobi Energie die einzige Erhaltungsgröße

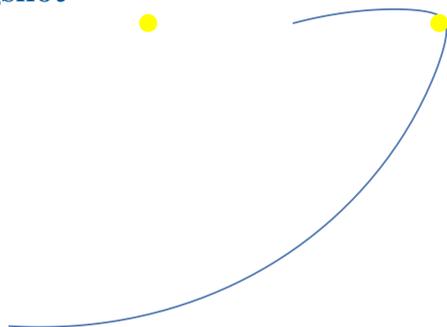
Numerischer Fehler über eine Periode



Es kommt zu besonders großen numerischen Fehlern wenn der kleine Komet dicht eine der beiden Sonnen herankommt, da sich der Komet wenn er dicht an eine Sonne kommt sehr schnell bewegt.

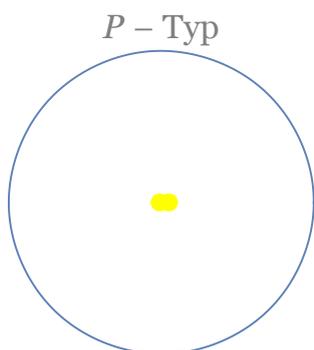
Dies kann zu Problemen führen wenn man den Slingshot betrachtet:

Beispiel : Slingshot

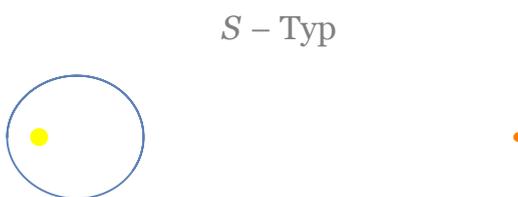


- Sonne
- Umlaufbahn des Kometen
- Verhältniss der Sonnenmassen 1 : 1

Es gibt zwei einfachen Stabile-Trajektorien:
Stabile Trajektorien P- und S-Typ



- Sonne der Masse 4
- Sonne der Masse 1
- Umlaufbahn des Kometen



Die anderen Stablien "Exotischen"-Trajektorien befinden sich in dem *Mathematica-Notebook* "Animationen"

Dreiecksformation:

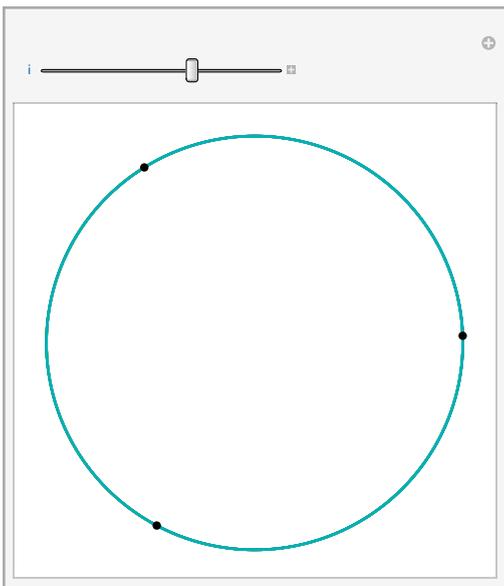
$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{Gm}{r}}$$

Kreislaufbahn:

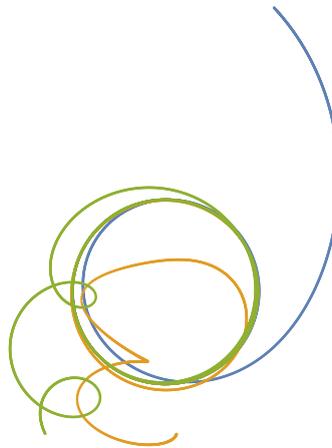
$$m_1 = m_2 = m_3$$

Die Kreislaufbahn ist nicht sehr stabil, selbst bei einer kleinen Störung der Anfangswerte (in einer großen Ordnung von 10^{-5}) wird die Umlaufbahn bereits Instabil

keine Störung



Störung 10^{-5}



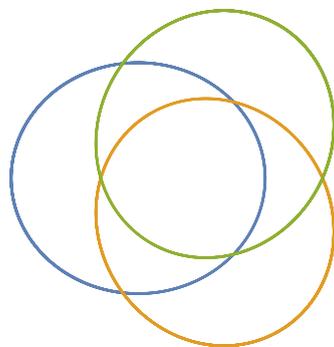
(die Animation der Kreislaufbahn befindet sich in dem *Mathematica-Notebook* "Animationen")

1. Variation der Kreislaufbahn:

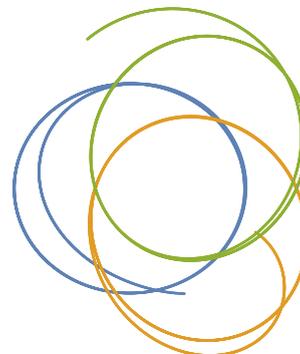
$$m_1 = m_2 = m_3$$

Auch die 1. Variation der Kreislaufbahn ist sehr Instabil.

keine Störung



Störung 10^{-5}

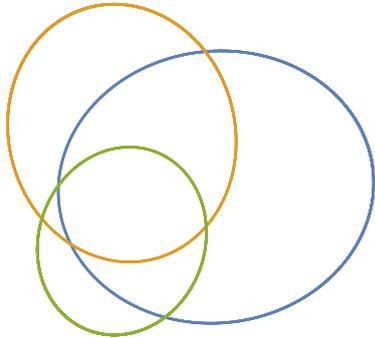


2. Variation der Kreislaufbahn:

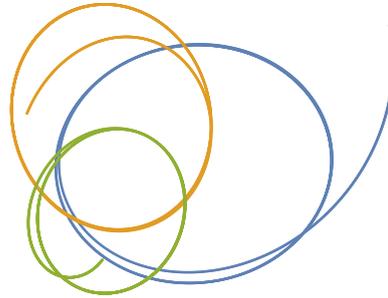
$$m_2 = 2 m_1, m_3 = 3 m_1$$

Auch diese 2. Variation der Kreislaufbahn ist sehr Instabil.

keine Störung



Störung 10^{-6}

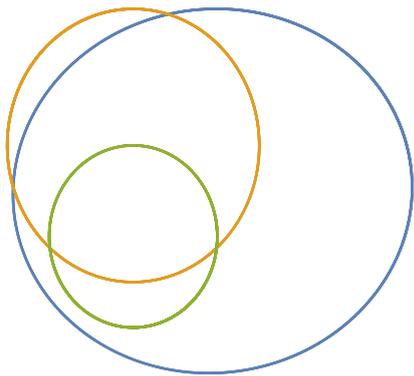


3. Variation der Kreislaufbahn:

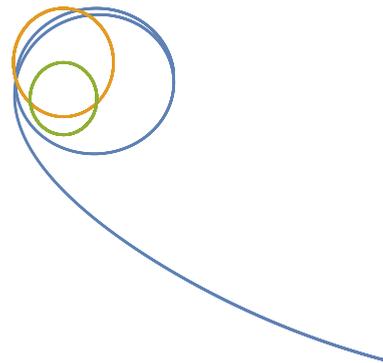
$$m_2 = 2 \cdot 10^4 m_1, m_3 = 3 \cdot 10^4 m_1$$

Auch diese 3. Variation der Kreislaufbahn ist sehr Instabil.

keine Störung



Störung 10^{-3}

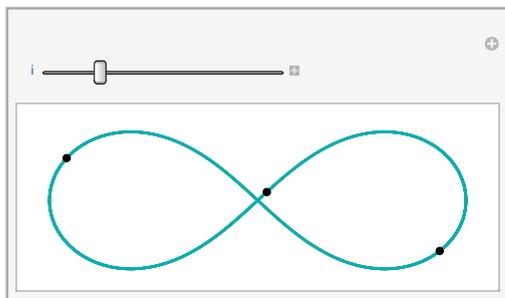


Die "Acht":

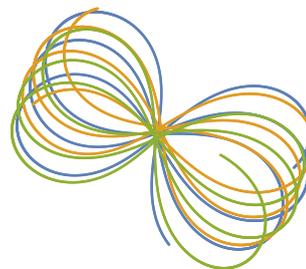
$$m_1 = m_2 = m_3$$

Die Acht ist deutlich stabiler als die Kreislaufbahn.

keine Störung



Störung 10^{-2}

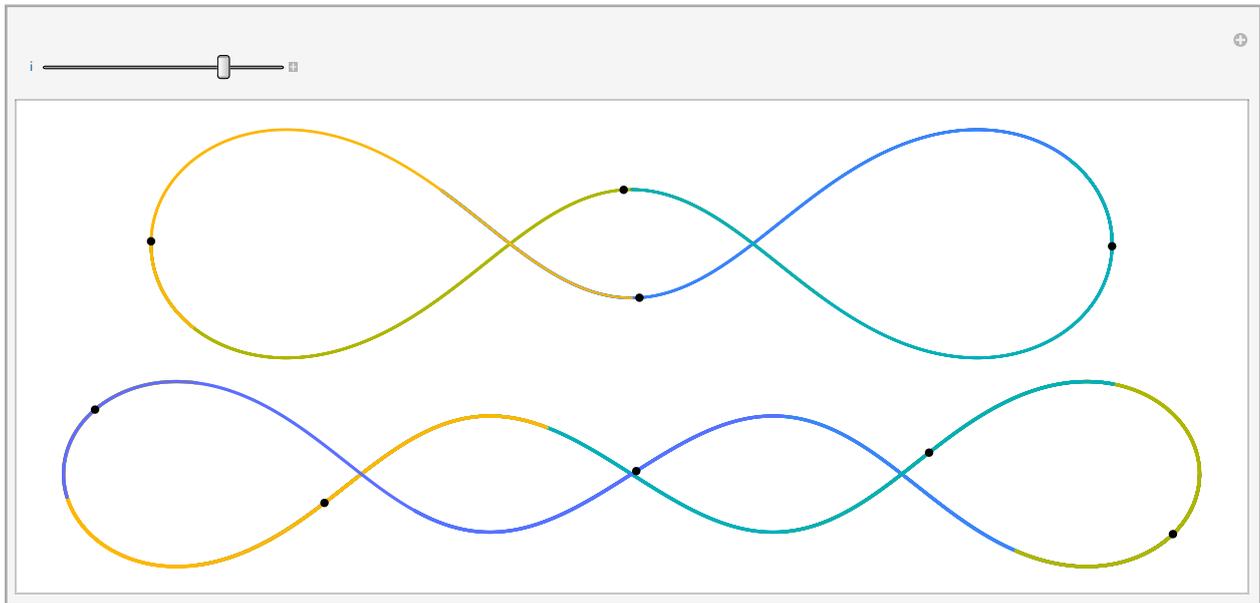


(die Animation der Kreislaufbahn befindet sich in dem *Mathematica*-Notebook "Animationen")

Die "Super-Acht":

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 (= m_5)$$

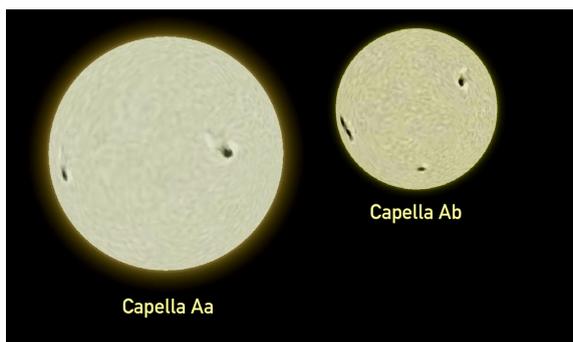
Die "Super-Acht" (mit 4 bzw. 5 Planeten) sind beide sehr instabil, selbst der numerische Fehler genügt, damit die Trajektorie instabil wird.



(die Animation der Kreislaufbahn befindet sich in dem *Mathematica-Notebook* "Animationen")

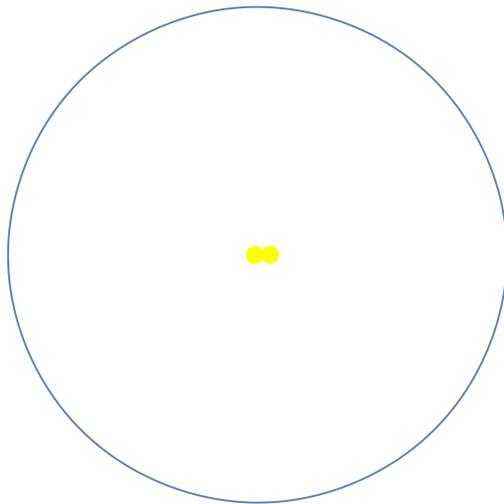
Habitabilität: P-Typ

Doppel-Sternsystem: Capella



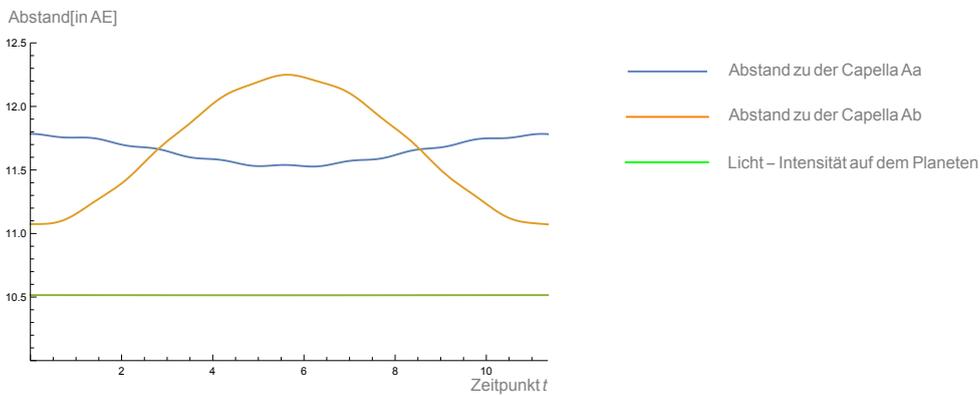
Quelle: Wikipedia

Periode der Sonnen : 104 d
 Masse von Capella Aa : $3 M_{\odot}$
 Masse von Capella Ab : $2.8 M_{\odot}$
 Leuchtkraft von Capella Aa : $75.8 L_{\odot}$
 Leuchtkraft von Capella Ab : $60.2 L_{\odot}$
 Radius 0.71 AE

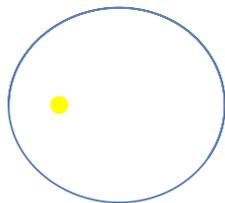


Periode der Sonnen : 104 d
Masse von Capella Aa : $3 M_{\odot}$
Masse von Capella Ab : $2.8 M_{\odot}$
Leuchtkraft von Capella Aa : $75.8 L_{\odot}$
Leuchtkraft von Capella Ab : $60.2 L_{\odot}$
Radius 0.71 AE

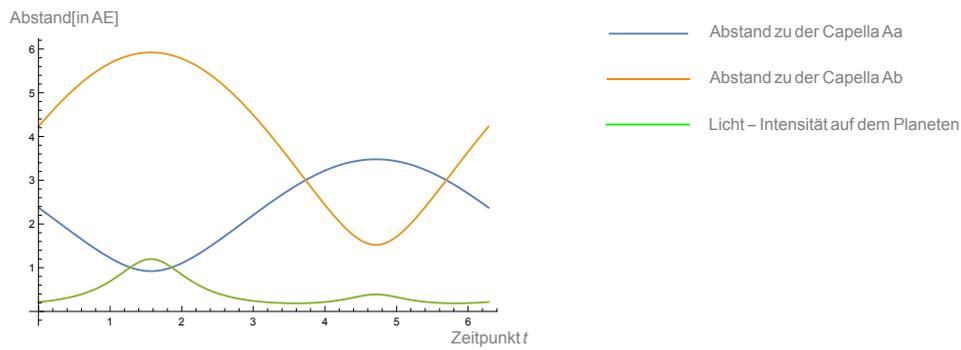
Mittlerer Abstand der Umlaufbahn : 11.7 AE
Periode des Planeten : 188 d



Habitabilität: S-Typ



Masse der Sonne A : $4 M_{\odot}$
Masse der Sonne B : $1 M_{\odot}$
Radius : 6 AE



Quellen:

http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik_ft/pdf/ws1112/seminar/111918/willems-kemper.pdf

<http://www.spektrum.de/magazin/die-loesung-des-n-koerper-problems/823623>

<http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00048987#page-1>

http://homepages.math.uic.edu/~jan/mcs320s07/Project_Two/sol_body.html

<https://de.wikipedia.org/wiki/Capella>

https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_der_Doppel-_und_Mehrfachsterne

<https://www.astroleague.org/al/obsclubs/dblstar/dblstar2.html>

https://de.wikipedia.org/wiki/Habitable_Zone