

# **EPR und Bell' sche Ungleichung**

Holger Weber

**Einstein, Rosen, Podolsky:**

**Komplette Physikalische Theorie: „Jedes Element der Physikalischen Realität muss ein Gegenstück in der physikalischen Theorie haben.“**

**Realitäts Kriterium: „Wenn es, ohne ein System irgendwie zu stören, möglich ist mit Sicherheit (d.h. Wahrscheinlichkeit 1) den Wert einer physikalischen Größe vorherzusagen, dann existiert ein Element der physikalischen Realität das dieser physikalischen Größe entspricht.“**

## Spin:

„Innerer Drehimpuls“

- Hat zwei Mögliche Zustände für jede Richtung (up, down) je nach Teilchen halb oder ganzzahlig. (Elektron Spin:  $\pm 1/2$ )
- Um den Spin darzustellen benutzt man das Tensorprodukt Zustandsraum  $\otimes$  Spinraum

## Spin im zwei Elektronensystem

Elektronen bilden EIN System (Ensemble, verschränkter Zustand))

Bei mehreren Teilchen: betrachte Tensorprodukte der möglichen (Spin-)Zustände

Bei 2 Elektronen: 4 mögliche Kombinationen:

3 mit Gesamtspin 1 (Triplettzustände)

- $|1,1\rangle = |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle$
- $|1,0\rangle = 1/\sqrt{2} ( |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle )$
- $|1,-1\rangle = |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle$

1 Mit Gesamtspin 0 (Singlettzustand)

$$|0,0\rangle = 1/\sqrt{2} ( |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle )$$

Wir betrachten den Singlettzustand

Messung am Ensemble: Operator anwenden auf den verschränkten Zustand

$$S_z|0,0\rangle = 1/\sqrt{2} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) = 0$$

$S_z|\uparrow\rangle = s_z|\uparrow\rangle$  Messung eines einzelnen Spins ist möglich

Aber wenn ein Spin bestimmt ist, liegt auch der andere fest (wegen Gesamtspin = 0)

Was passiert wenn die beiden Elektronen vor der Messung auseinander gebracht werden?

**Einstein:**

Ich kann für jedes Elektron eine eigene Messung vornehmen, die nicht von dem anderen Elektron beeinflusst werden kann.

Wenn die beiden Gesamtspin 0 haben kommt das daher, dass der Spin des Gesamtsystems deterministisch aus der inneren Struktur der beiden Elektronen gesichert wird, also vor der Messung schon das Ergebnis feststeht.

=> lokale Verborgene Variable

## **Kopenhager Schule:**

Der gemessene Zustand stand bisher nicht fest. Die beiden Elektronen bilden auch über eine beliebige Distanz ein Quantensystem.

Es gibt eine instantane Verbindung zwischen den beiden Elektronen

=> Nichtlokalität

## **Nichtlokalität oder verborgene Variablen?**

Lokalität aufgeben oder (lokale) verborgene Variablen annehmen

lokale Verborgene Variablen:

Analogon klassische Thermodynamik: Makroskopische Größen auf statistische, mechanische Beschreibung von klassisch deterministischen Molekülen zurückführbar.

Problem: Was für Variablen?

Was liegt unter der QM?

Nichtlokalität:

Systeme auch über Distanzen.

Probleme: „Informationsaustausch“ schneller als Lichtgeschwindigkeit, Kausalität verletzt

## 1. Bell'sche Ungleichung

Experiment: Aus einer Quelle werden in zwei Richtungen zwei Teilchen mit Gesamtspin 0 ausgesandt. Sie laufen auf beiden Seiten durch Polarisatoren.

Versuchsskizze

Wir messen die Korrelation  $N(\acute{a},\hat{a})$  definiert durch die relative Zahl der Versuchsausgänge mit Spin von Teilchen 1 in Richtung  $\acute{a}$  positiv und Spin von Teilchen 2 in Richtung  $\hat{a}$  positiv.  
Wenn lokale Verborgene Variablen existieren gilt:

$$N(\acute{a}, \hat{a}) = N(\acute{a}\tilde{a}, \hat{a}) + N(\acute{a}, \tilde{a}\hat{a})$$

Daraus kann man folgern:

$$N(\acute{a}, \hat{a}) \leq N(\acute{a}, \tilde{a}) + N(\tilde{a}, \hat{a})$$

Wenn diese Ungleichung Verletzt wird, dann kann es keine lokalen Verborgenen Variablen geben.

Die Quantenmechanik verletzt diese Ungleichung!!  
Im Experiment erhält man die von der Quantenmechanik  
vorausgesagten korellationen  
=> Keine lokalen verborgenen Variablen