

Lokalität und Separabilität

Referat von Hermut Warnatz am 19.05.2004 (zusammen mit Holger Weber).

Übung für Fortgeschrittene, Interpretationen der Quantentheorie, SS2004.

Dozenten: PD Dr. H. Lyre (LFB I des Philosophischen Seminars) und

PD Dr. M. Flohr (Physikalisches Institut) der Universität Bonn

4 Prinzipien der klassischen Physik nennt A. Einstein im Aufsatz „Quantenmechanik und Wirklichkeit“ 1948:

1. Lokalisiertheit: Physikalische Systeme sind an Punkten der Raum-Zeit lokalisiert.
2. Separabilität: Physikalische Systeme, die eine unabhängige Existenz beanspruchen, sind raum-zeitlich getrennt und haben charakteristische Eigenschaften, die als „intrinsische“; d.h. von der Existenz anderer Objekte unabhängige Eigenschaften bezeichnet werden und die Beziehungen zwischen den Systemen festlegen. Der Zustand eines System wird durch die Werte dieser zeitabhängigen Eigenschaften vollständig wiedergegeben.
3. Nahewirkung: betrifft die Veränderung der Zustände physikalischer Systeme. Kausale Wirkungen (Kräfte, Interaktionen) zwischen Systemen breiten sich mit endlicher Geschwindigkeit (maximal Lichtgeschwindigkeit) aus.
4. Individualität: wurde von A. Einstein explizit nicht genannt. Es ergibt sich aus der Separabilität. Jedes physikalische System unterscheidet sich von anderen durch essentielle Eigenschaften.

In der klassischen Physik sind grundlegende Eigenschaften eines physikalischen Systems, z.B. Ort und Impuls, voneinander funktional unabhängig, d.h. sie beeinflussen sich gegenseitig nicht.

Im Gegensatz zur klassischen Physik gelten in der Quantenphysik diese Prinzipien nicht.
zu 1. Lokalisiertheit: Quantensysteme können nicht an einen Punkt oder beliebig kleinen Ort lokalisiert werden.

zu 2. Separabilität: Quantensysteme sind nicht einzelne separable Systeme, die durch unabhängige Eigenschaften gekennzeichnet sind, sondern sie sind durch Korrelationen der Zustandsverschränkungen mit einander verbunden.

zu 3. Nahewirkung: Das Prinzip der Nahewirkung gilt für Quantensysteme nicht; es setzt das Prinzip der Separabilität voraus. Für quantenmechanische Systeme gilt die instantane Natur von Korrelationen.

zu 4. Individualität: Nach M. Esfeld sind Quantensysteme keine Individuen; sie stehen in Korrelation zueinander.

Bei quantenmechanischen Systemen haben verschränkte Eigenschaften, wie z. B. Ort und Impuls oder Spin, nicht beliebige Werte; sie sind inkompatibel bzw. inkommensurabel. Sie haben entsprechend der Heisenbergschen Unschärfe- oder Unbestimmtheitsrelation keine definiten Werte; sondern es gilt $\Delta P \cdot \Delta Q = \frac{1}{2} \hbar$ ($\hbar = h/2\pi = 1.054 \times 10^{-34}$ Js; $h =$ Plancksches Wirkungsquantum), wobei P für den Impuls und Q für den Ort steht. Das bedeutet, dass je genauer der Wert für den Ort bestimmt wird, umso unschärfer ist der Wert für den Impuls und umgekehrt. Die Gleichung besagt darüber hinaus, dass es keine Zustand des Quantensystems gibt, in dem das Produkt der Unschärfe von Ort und Impuls unter den Wert von $\frac{1}{2} \hbar$ fällt. Quantensysteme sind entsprechend der Heisenbergschen Unschärferelation nicht an einem Punkt lokalisiert sind. Das gilt auch für zustandsunabhängige, d.h. nicht verschränkte Eigenschaften, wie Masse und Ladung. Die Quantentheorie verletzt somit das Prinzip der Lokalisiertheit physikalischer Systeme. Bei zustandsabhängigen relationalen Eigenschaften werden nur Wahrscheinlichkeiten gemessen.

Über die fundamentale Differenz zwischen klassischer Physik und Quantenmechanik entwickelte sich ein Diskussion zwischen A. Einstein und N. Bohr.

Auf dem Brüsseler Solvay-Kongress 1927 forderte A. Einstein, dass die Quantenmechanik auf dem Boden der klassischen Physik bleiben müsse. Sie müsse zwei Prinzipien der klassischen Physik erfüllen, nämlich 1. Realität, wonach einzelne Quantenobjekte Eigenschaften besitzen, die sie bei der Messung und unabhängig von ihr (also bereits vor der Messung) besitzen und 2. Lokalisiertheit, wonach alle räumlich getrennten Quantenobjekte ihre Eigenschaften unabhängig voneinander besitzen.

Ausgehend vom Welle-Teilchen-Dualismus argumentierten A Einstein, B. Podolsky und N. Rosen (EPR) 1935 in ihrem berühmten Paper: „Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?“ , dass bei einer kompletten physikalischen Theorie die Fragen zu beantworten sind:

1. Ist die Theorie korrekt; d.h. hat sie ein Gegenstück in der physikalischen Realität?
2. Ist die von der Theorie geleistete Beschreibung vollständig; d.h. hat jedes Element der physikalischen Realität seine Entsprechung in der physikalischen Theorie?

Im Falle der Wellenfunktion bedeutet das, dass entweder den beiden Größen, Ort und Impuls, nicht gleichzeitig Realität zukommt oder die Beschreibung der Realität nicht vollständig ist.

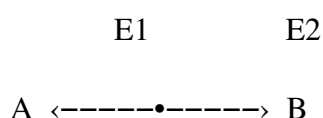
Um die Gültigkeit der Prinzipien der klassischen Physik auch für Welle-Teilchen Systeme zu beweisen, fordern EPR den experimentellen Nachweis, dass der Wert einer physikalischen Größe in einem Versuchssystem mit Sicherheit vorhergesagt werden kann; denn dann gibt es ein Element der physikalischen Realität, das dieser physikalischen Größe entspricht.

Wenn der Zustand eines solchen Systems durch die Wellenfunktion Ψ vollständig gekennzeichnet ist, dann ist ein Teilchen, das sich in dem durch die Gleichung

$$\hat{A}_i \Psi_i = a_i \Psi_i$$

(Eigenwertgleichung mit Eigenfunktion Ψ_i und Eigenwert a_i) gegebenen Zustand befindet, ein Element der physikalischen Realität. Nach der Quantenmechanik lässt sich aber ein bestimmter Wert für Ort oder Impuls des Teilchens, das sich in dem durch die obige Gleichung gegebenen verschränkten Zustand befindet, nicht vorhersagen, sondern er muss jeweils durch eine direkte Messung bestimmt werden. Eine solche Messung aber stört den Zustand des Teilchens. Verschränkte Größen, wie Ort und Impuls eines Teilchens sind inkommensurabel; d.h. die genaue Kenntnis des einen schließt die Kenntnis des anderen aus. Den beiden Größen, deren Operatoren nicht miteinander kommutieren ($A \cdot B \neq B \cdot A$) kommt nicht gleichzeitig Realität zu oder die Beschreibung der Realität, wie sie durch die Wellenfunktion gegeben ist, ist nicht vollständig.

Ein weiteres Gedankenexperiment, das von EPR zusammen mit Bohm ausgeführt wurde, um die Frage nach der Realität oder Vollständigkeit der Quantentheorie ausgeführt wurde, ist die Spinnmessung im Zwei-Partikel-System.



Eine Quelle sendet ein Elektronenpaar E1 und E2 (Ensemble) in entgegengesetzte Richtung aus, deren quantenmechanischer Zustand miteinander verschränkt ist und die sich die sich im Singulett-Zustand (Gesamtspin 0) befinden. Die auseinander fliegenden Elektronen werden auf ihre Spineigenschaften z.B. in z-Richtung an den Apparaten A und B gemessen und zwar jeweils der Spin „plus“ und Spin „minus“ der beiden Teilchen (Ψ_{1+} oder Ψ_{1-} und Ψ_{2+} oder Ψ_{2-}). Der Gesamtzustand beider Systeme ist in Superposition. Die Wahrscheinlichkeit für Spin-Messwerte +1 oder -1 beträgt an den Apparaten A und B je 50/50. Keines der beiden Systeme hat vor der Messung einen definiten Spin-Zustand unabhängig von dem des anderen System. Wenn aber nach der Messung der Apparat A für Ψ_1 den Wert +1 zeigt, dann lässt sich mit Sicherheit vorhersagen, dass an B der Wert für Ψ_2 -1 beträgt oder umgekehrt. Wir können also den Wert von Ψ_2 an Apparat B nach dem Messergebnis von Ψ_1 an A sicher vorhersagen.

Bei der Deutung dieses Ergebnisses gehen EPR von einem verschränkten Zustand für ein System von zwei Teilchen aus, der sich nicht aus den Zuständen der Teilsysteme zusammensetzt. Durch den Messvorgang wird der Zustand „reduziert“; es kommt zum Kollaps der Wellenfunktion. Während vor der Messung bei Vorliegen zweier nicht-kommutierender Operatoren den beiden physikalischen Zuständen nicht zugleich Realität zukommt, besteht nach der Messung ein unverschränkter Zustand mit bestimmten Werten, die einander entgegengesetzt sind. Die Spinzustände können nach der Messung sicher vorhergesagt werden; die Elektronen besitzen definite Spinwerte: Ψ_{1+} / Ψ_{2-} oder Ψ_{1-} / Ψ_{2+} gehören der Realität an. Dieses Ergebnis, Vorhersagen über ein System auf der Grundlage von Messungen machen zu können, die an einem anderen System, das zuvor mit dem ersteren in Wechselwirkung stand, ausgeführt wurden, führt EPR zu dem Schluss, dass die Beschreibung der Realität, wie sie von der Wellenfunktion in der Quantenmechanik

gemacht wird, unvollständig, wenn nicht insgesamt falsch ist.

Um den Widerspruch aufzulösen, wurde die Möglichkeit verborgener lokaler Variablen diskutiert.

Das Argument ist jedoch nach der Quantentheorie nicht stichhaltig, da die sichere Vorhersage der Eigenschaft von ψ_2 an eine tatsächliche Auswahl von ψ_1 durch den Messvorgang an Apparat A geknüpft ist; d.h. der Zustand nach der Messung entspricht nicht mehr dem vor der Messung. Bei quantenmechanischen Systemen bestehen keine definiten Werte für die beiden Untersysteme, sondern nur für das verschränkte Gesamtsystem. Bei einem verschränkten System eines Elektronenpaares E1 und E2 ergibt sich für den Spin-Zustand:

$$\psi = 1/\sqrt{2} (\psi_1^+ \psi_2^- - \psi_1^- \psi_2^+);$$

dabei ist ψ der Eigenzustand mit einem Eigenwert a einer Observablen dieses Elektronenpaares, der mit dem Operator des Systems assoziiert ist. Vor der Messung finden sich beide Zustände, Spin + und Spin -, in dem Zweipartikelsystem in Superposition. Nach der Messung an E1 werden beide Spinzustände mit einer Wahrscheinlichkeit von 50/50 gefunden. Nach der Messung kommt es zur instantanen Zustandsänderung an E2: wenn für ψ_1 der Spinzustand „plus“ an Messgerät A gemessen wurde, dann findet sich am Messgerät B für ψ_2 Spin „minus“ und umgekehrt; diese Vorhersage ist zwingend korrekt. Der Aufbau des Versuchssystems spielt dabei keine Rolle; auch bei großer Entfernung zwischen den Systemen oder einer undurchdringlichen Wand zwischen den Systemen oder der besonderen Konstruktion des Detektors findet sich das gleiche Ergebnis. Die Zustandsänderung eines quantenmechanischen Systems, die durch Messungen an E_1 oder E_2 hervorgerufen wird, erfolgt nicht durch mit endlicher Geschwindigkeit erfolgende Interaktion zwischen den Systemen, sondern instantan, unabhängig davon, wie weit die Systeme voneinander entfernt sind. Es handelt sich um eine intrinsische Eigenschaft des miteinander verschränkten Quantensystems.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass durch die Zustandsverschränkung keines der Untersysteme für sich genommen einen definiten Wert der betreffenden zustandsabhängigen Eigenschaft hat; vielmehr bestehen Korrelationen zwischen den betreffenden Systemen in Bezug auf deren zustandsabhängige Eigenschaften. Auch wenn die Untersysteme ihre Werte ändern, dem Gesamtsystem kommt ein wohldefinierter Zustand zu.

Die Frage, ob quantenmechanische Prozesse die Bedingung von Lokalität und Realität erfüllen oder nicht oder ob keine vollständige Beschreibung gegeben werden kann, blieb letztlich unentschieden. Erst J.S. Bell zeigte 1964, dass es tatsächlich Messungen gibt, die eine Antwort geben können. Bei Systemen der klassischen Physik, die der Forderung nach Lokalität und Realität entsprechen, erfüllen die Korrelationen zwischen bestimmten Messungen eine Ungleichung; trifft diese Forderung für die Quantenmechanik nicht zu, dann müssen quantenmechanische Systeme diese Ungleichung verletzen. Er präparierte verschränkte Photonen, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit horizontal oder vertikal polarisiert sind. Die Polarisations Ebene der Photonenpaare wird an Polarisatoren analysiert, die entlang den Polarisationswinkeln α und β bzw. entlang den Winkeln β und

γ ausgerichtet sind. Die Messung erfolgt mittels Photomultipliern und Koinzidenz-Monitoring. Im Falle, dass die Bedingungen von Lokalität und Realität, d.h. die Regeln der klassischen Physik zutreffen, muss folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$N(1\alpha,1\beta) \leq N(1\alpha,1\gamma) + N(1\beta,0\gamma).$$

Dabei ist N die Zahl der Ereignisse, die bei der Polarisatoranalyse die Zahl 1, d.h. parallele Orientierung besitzen. Bei Wahl eines Winkels $(\alpha - \beta) = (\beta - \gamma) = 30^\circ$ wird die Ungleichung durch das Quantensystem deutlich verletzt. Der Grad der Verletzung der Bell'schen Ungleichung ist ein direktes Maß für die Verschränkung der beobachteten Photonenpaare und damit für die Richtigkeit der quantenmechanischen Vorstellungen. Das EPR-Argument bezüglich einer gleichzeitigen Annahme von Lokalität und Realität ist falsch.

Nach Bells Experiment handelt es sich um eine genuine Nichtlokalität, die ein intrinsisches Merkmal jedes quantenmechanischen Systems mit oder ohne Superposition ist. Die Quantenmechanik verletzt das Prinzip der Lokalisiertheit und der Separabilität physikalischer Systemen. Bei zwei verschränkten Systemen mit inkompatiblen, zustandsabhängigen Eigenschaften kann nicht jedem dieser Systeme ein unabhängiger Zustand zugeordnet werden. Die Untersysteme eines Gesamtsystems zeigen Korrelationen bezüglich der Werte der betreffenden Eigenschaften. Definite Werte gibt es für die Untersysteme nicht, sondern nur für das Gesamtsystem, das sich in einem „reinen“ Zustand befindet.

Literatur:

D.Z. Albert, Quantum Mechanics and Experience, 1992, Cambridge (Mass.), London 61 – 72.

A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analysers, Am. Phys. Soc. 49, (1982) 1804 – 1807.

J. Audretsch, Verschränkte Welt, Faszination der Quanten, 2002, Weinheim, 55 – 75 und 124 – 126.

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? Phys. Rev. 47 (1935) 777 – 780.

M. Esfeld, Einführung in die Naturphilosophie, 2002, Darmstadt, 51 - 60