

Übungsklausur

Bearbeitungszeit: 1 Stunde. Ab 8 Punkten gilt die Klausur als bestanden (Gesamt: 17).
Hilfsmittel ist der berühmte eine Zettel.

[ÜK1] Eine Handvoll Quickies (5 × 1 = 5 Punkte)

- Gegeben ist die Oberfläche $\vec{x}(r, \varphi) = r(-\cosh(\varphi), \sinh(\varphi), 0)$. Welche Metrik $g_{..}$ besitzt die Oberfläche?
- Man zeige mit einer geeigneten Testfunktion: $\frac{d}{dx}\theta(x) = \delta(x)$
- Wie folgt die homogene Wellengleichung $\square \vec{B} = \vec{0}, \square := \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \Delta$ aus den Maxwell-Gleichungen im Vakuum?
- Wie lautet die Stromdichte eines halbkreisförmig angeordneten Leiters in der $x - y$ -Ebene, welcher von einem Strom I_0 durchflossen wird? Der Halbkreis habe den Radius R .
- Man berechne die Fourier-Transformierte eines Kastens

$$f(x) = \begin{cases} A & -x_0 \leq x \leq x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

[ÜK2] Kleine Schwingungen (2 + 1 + 1 = 4 Punkte)
Ein Teilchen vollführe kleine Schwingungen um den Ursprung im Potential

$$V(x, y) = \frac{\kappa}{2}(\cosh(4x + 2y) - x \sin(2y) - 2x \sinh(4y - x) - 1 + 2xy)$$

- Nähern Sie das Potential bis einschließlich zweite Ordnung um den Ursprung. Liegt dort ein Minimum vor?
- Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des genäherten Systems und schreiben Sie diese in Matrixform $m\ddot{\vec{x}} = -\kappa A\vec{x}$
- Bestimmen Sie die Eigenschwingungen und Eigenfrequenzen des Systems. Wie lautet die allgemeine Bewegung $\vec{x}(t)$?

[ÜK3] Maxwell-Gleichungen (3 Punkte)
Das magnetische Feld

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \alpha t \cdot \vec{e}_\varphi$$

soll hergestellt werden. Durch eine geeignete Koordinatenwahl bestimme man mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen und einem geeigneten Ansatz das elektrische Feld \vec{E} , welches mindestens zur Herstellung erforderlich ist.

[ÜK4] Fourier-Transformation (5 Punkte)
Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $\tilde{f}(\vec{k})$ der Funktion

$$f(\vec{x}) = \alpha \frac{e^{-\kappa|\vec{x}|}}{|\vec{x}|}$$

und skizzieren Sie diese.