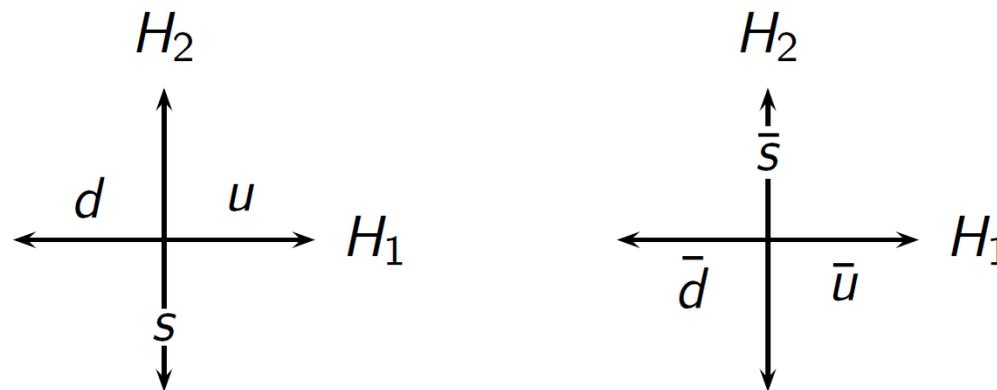


# Darstellungstheorie und das Standardmodell



# Lie-Gruppen, Lie-Algebren - Erinnerung

## Lie-Gruppe:

- Erfüllt die Gruppenaxiome:
  - [G1]  $\forall g, g' \in G : g'' = g' \circ g \in G$
  - [G2]  $\forall g, g', g'' \in G : (g'' \circ g') \circ g = g'' \circ (g' \circ g)$
  - [G3]  $\exists e \in G : \forall g \in G : g \circ e = e \circ g = g$
  - [G4]  $\forall g \in G : \exists g^{-1} \in G : g \circ g^{-1} = g^{-1} \circ g = e$
- $g = g(u)$ ,  $u$  stetig,  $u \in M$
- $g(u') \circ g(u) = g(c(u', u))$ ,  $c$  stetig differenzierbar, selten jedoch von der Form  $c(u, u') = u + u'$
- Man kann in  $g(u=0) = e$  eine Tangentialebene an  $M$  bilden  $TM_0$

## Lie-Algebra:

- $u(s)$  Kurve auf  $M$  mit  $g(u(s')) \circ g(u(s)) = g(u(s'+s))$ , dann:

$$X = \frac{d}{ds} g(u(s)) \Big|_{s=0} \in TM_0$$

ist ein Generator der Lie-Algebra, d.h. er ist ein Element der Lie-Algebra

- Assoziativität der Gruppenverknüpfung wird in der Lie-Klammer in der Lie-Algebra erhalten
- Relation zwischen Lie-Gruppe und Lie-Algebra:  $g = \exp(X)$

# Basen und irreduzibele Darstellungen am Beispiel SU(3)

- Ziel in der Physik: Bestimmen der endlich dimensionalen, irreduzibelen Darstellung der Algebra
- Denn: diese enthält als Eigenwerte die Quantenzahlen des Systems!

Vorgehensweise:

- Finden des größten Satzes kommutierender, hermitescher Generatoren und deren Eigenwerte
- Die zu diesen Generatoren gehörende irreduzibele Darstellung heißt Cartan-Unteralgebra

## Cartan Generatoren

$$H_i = H_i^\dagger \quad [H_i, H_j] = 0$$

# Basen und irreduzible Darstellungen am Beispiel SU(3), Teil 2

- Für jede Algebra existiert eine Basis aus Generatoren der Algebra
- Standardbasis der SU(3): Gell-Mann - Matrizen:

$$\lambda_a = \begin{pmatrix} \sigma_a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ für } a = 1, 2, 3$$

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

# Basen und irreduzible Darstellungen am Beispiel SU(3), Teil 3

## SU(3) Generatoren

$$T_a = \frac{1}{2} \lambda_a$$

Die Cartan-Unteralgebra, mit  $m=2$  Elementen, wird von  $T_3$  und  $T_8$  gebildet, da:

$$[T_3, T_8] = 0$$

## Cartan Algebra

$$H_1 = T_3 \quad H_2 = T_8$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T_8 = \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

# Gewichte

- Nach Diagonalisieren der Cartan-Generatoren:
  - Zustand der Darstellung  $D$ :  $|\mu, D\rangle$  mit:

$$H_i |\mu, D\rangle = \mu_i |\mu, D\rangle$$

## Gewichte

$\mu_i \in \mathbb{R}$  oder als Komponenten des  $m$ -komp. Gewichtvektors  $\mu$

- Gewichtsvektor entspricht Vektor der Quantenzahlen eines Systems
- Beispiel: Pauli-Matrizen (Spin  $\frac{1}{2}$  Darstellung):

$$J_1^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_1$$

$$J_2^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_2$$

$$J_3^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_3$$

# Fundamentale Darstellung der SU(3)

## Cartan Algebra

$$H_1 = T_3 \quad H_2 = T_8$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T_8 = \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

EV mit Gewichten:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow (1/2, \sqrt{3}/6)$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow (-1/2, \sqrt{3}/6)$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow (0, -\sqrt{3}/3)$$

# $T_1, T_2, T_3$ - Unteralgebra der SU(3)

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_1^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_1$$

$$J_2^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_2$$

$$J_3^{1/2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_3$$

- $T_1, T_2, T_3$  bilden SU(2)-Unteralgebra der SU(3)
- Ähnlich zu Spin  $\frac{1}{2}$  SU(2)
- Isospin I

# Leiteroperatoren

- Leiteroperatoren sind Linearkombinationen aus Generatoren einer Algebra
- Beispiel: SU(2) Spin  $\frac{1}{2}$  Darstellung:

$$J^{\pm} = \sqrt{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$$

Idee: Mit Leiteroperatoren können alle Zustände einer irreduziblen Darstellung konstruiert werden.

# Adjungierte Darstellung und Wurzeln

Definiere einen Satz von Matrizen  $\rho(X_a) = T_a$  über

$$[T_a]_{bc} = -if_{abc}$$

## Adjungierte Darstellung

$$[T_a, T_b] = if_{abc} T_c$$

# Adjungierte Darstellung und Wurzeln, Teil 2

Die Zustände der adjungierten Darstellung entsprechen den Generatoren:

$$|T_a\rangle$$

## Wurzeln

Die Gewichte der adjungierten Darstellung sind die Wurzeln ( $\alpha_i$ ;  
Wurzelvektor  $\alpha$ )

$$H_i |H_j\rangle = |[H_i, H_j]\rangle = 0$$

$$H_i |E_\alpha\rangle = \alpha_i |E_\alpha\rangle$$

Dabei sind die  $E_{\pm\alpha}$  Leiteroperatoren für die Gewichte der Darstellung D

$$H_i E_{\pm\alpha} |\mu, D\rangle = E_{\pm\alpha} H_i |\mu, D\rangle + \underbrace{[H_i, E_{\pm\alpha}]}_{\pm\alpha_i E_{\pm\alpha}} |\mu, D\rangle = (\mu \pm \alpha)_i E_{\pm\alpha} |\mu, D\rangle$$

# Die adjungierte Darstellung der SU(3)

- Die Generatoren der adjungierten Darstellung der SU(3) sind:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(T_1 \pm iT_2) = E_{\pm 1,0}$$

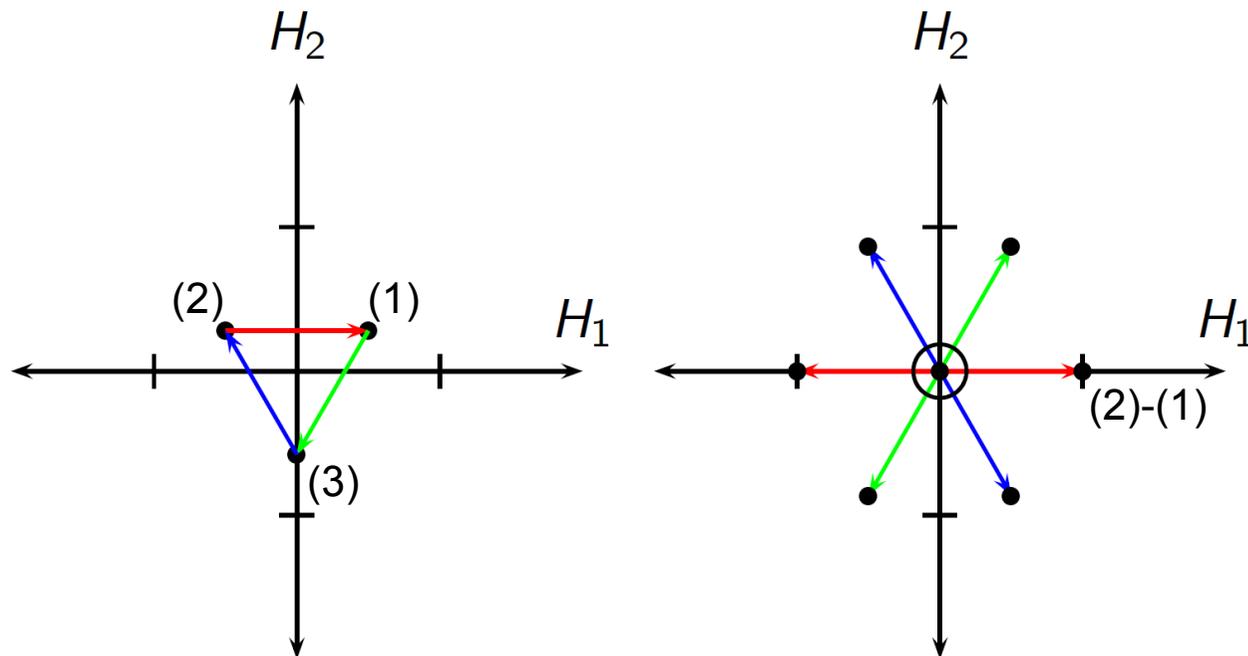
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(T_4 \pm iT_5) = E_{\pm 1/2, \pm \sqrt{3}/2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(T_6 \pm iT_7) = E_{\mp 1/2, \pm \sqrt{3}/2}$$

- Es existieren sechs Generatoren
- Diese Generatoren wirken wie Leiteroperatoren auf den Gewichten!

# Fundamentale und adjungierte Darstellung der SU(3)

Da die Generatoren der adjungierten Darstellung von einem Gewicht zu einem anderen Gewicht führen müssen (Leiteroperatoren!), sind die Wurzeln (Eigenwerte der Leiteroperatoren) die Differenz der Gewichte!



# Konstruktion der Wurzelgramme

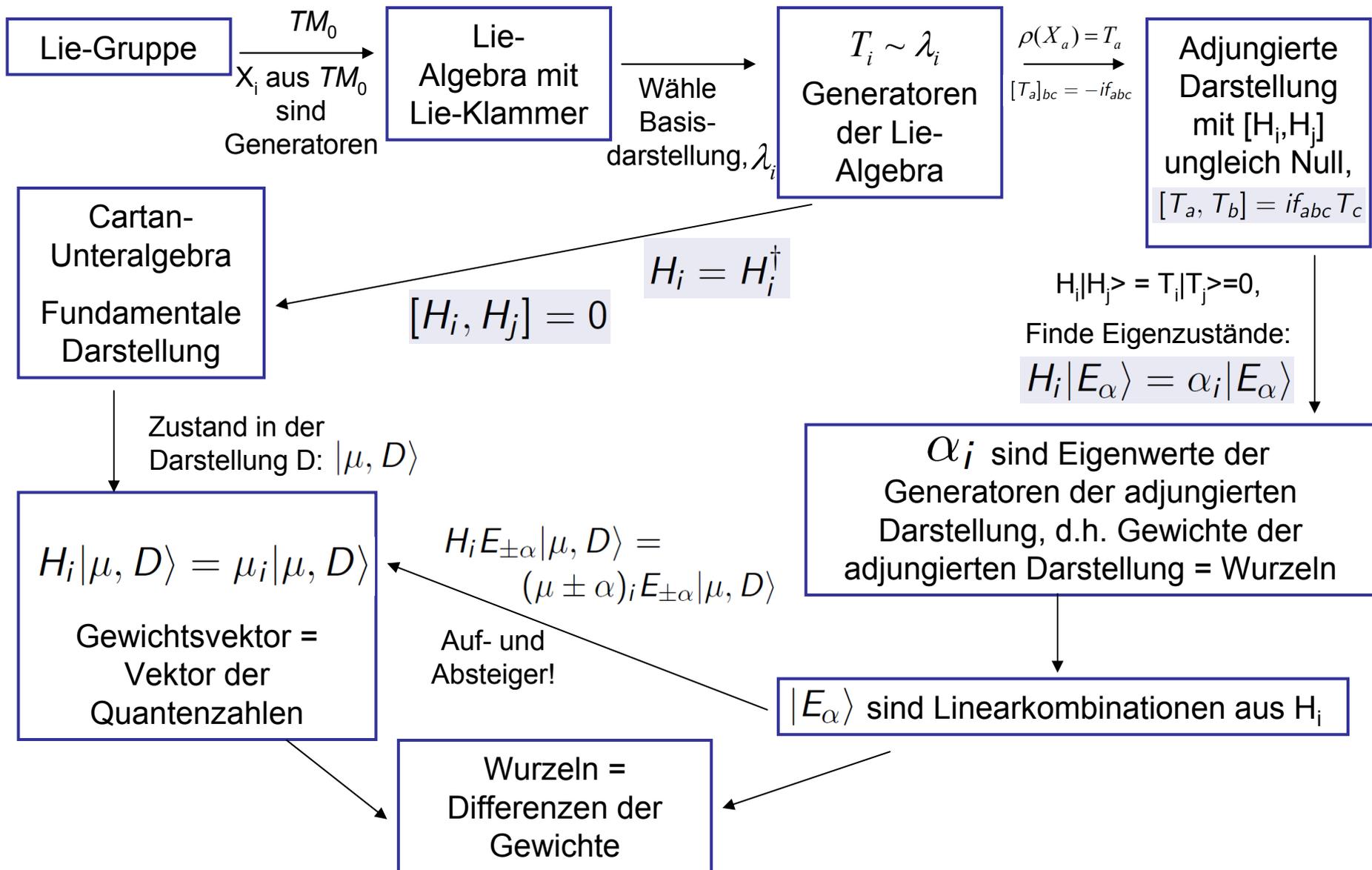
- Ausgehend von den einfachen Wurzeln einer Darstellung können die Wurzelgramme mit Hilfe der Masterformel konstruiert werden:

## Masterformel

$$\frac{\alpha \cdot \mu}{\alpha^2} = -\frac{1}{2}(p - q)$$

$p, q$  geben an, wie weit man vom Zustand mit dem Gewicht  $\mu$  nach oben und nach unten steigen kann.

# Lie-Gruppen und Lie-Algebren - Zusammenfassung



# Symmetrien in der Physik - Gruppentheorie

- Gruppentheorie wichtiges Hilfsmittel in der Physik, da die diversen Transformationen, die physikalisches System invariant lassen, Gruppen formen
- Konsequenzen dieser Symmetrien können gruppentheoretisch untersucht werden
- Bei internen Symmetrien werden die Eigenzustände einer Symmetrieoperation mit verschiedensten Teilchen identifiziert

# SU(3) Symmetrie – Puzzlen mit „Elementarteilchen“

- In den 1960ern immer mehr „Elementarteilchen“ in Beschleunigerexperimenten entdeckt
- „Teilchenzoo“ sehr unübersichtlich
- Suche nach einer Systematik mit der Teilchen sortiert werden können

# „Elementarteilchen“

Leichte Pseudoskalare und Vektormesonen:

$0^-$ Zustand	$1^-$ Zustand	$I_3$	$I$	$Y = S$
$K^+(494)$	$K^{*+}(892)$	$1/2$	$1/2$	$1$
$K^0(498)$	$K^{*0}(896)$	$-1/2$	$1/2$	$1$
.....				
$\pi^+(140)$	$\rho^+(769)^a$	$1$	$1$	$0$
$\pi^0(135)$	$\rho^0(769)^a$	$0$	$1$	$0$
$\pi^-(140)$	$\rho^-(769)^a$	$-1$	$1$	$0$
.....				
$\bar{K}^0(498)$	$\bar{K}^{*0}(896)$	$1/2$	$1/2$	$-1$
$K^-(494)$	$K^{*-}(892)$	$-1/2$	$1/2$	$-1$
.....				
$\eta(547)$	$\omega(782)$	$0$	$0$	$0$
.....				
$\eta'(958)$	$\phi(1019)$	$0$	$0$	$0$

Problem: Verwendet man experimentell zugängliche Quantenzahlen, findet man nicht die Ordnung, die hinter den Teilchen steckt

# Gell-Manns Idee

- Entdeckung des  $K$  und  $\Lambda$  mit sehr langen Zerfallszeiten führte zur Proklamation einer neuen Quantenzahl: Strangeness  $S$
- $S$  ist erhalten bei starker Wechselwirkung, aber verletzt bei Zerfall von  $K$  und  $\Lambda$  über schwache Wechselwirkungsprozesse
- $S$  ist, wie  $Q$ , mit  $U(1)$ -Symmetrie assoziiert
- Gell-Mann – Nishijima – Relation:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \qquad Y = B + S$$

# Gell-Manns Idee, Teil 2

- Q ist eine Erhaltungsgröße aller bekannter Wechselwirkungen
- Suche nach höherer Symmetrie, welche sowohl Isospin, als auch Hyperladung Y beinhaltet
- D.h. Symmetriegruppe gesucht, mit der Untergruppe

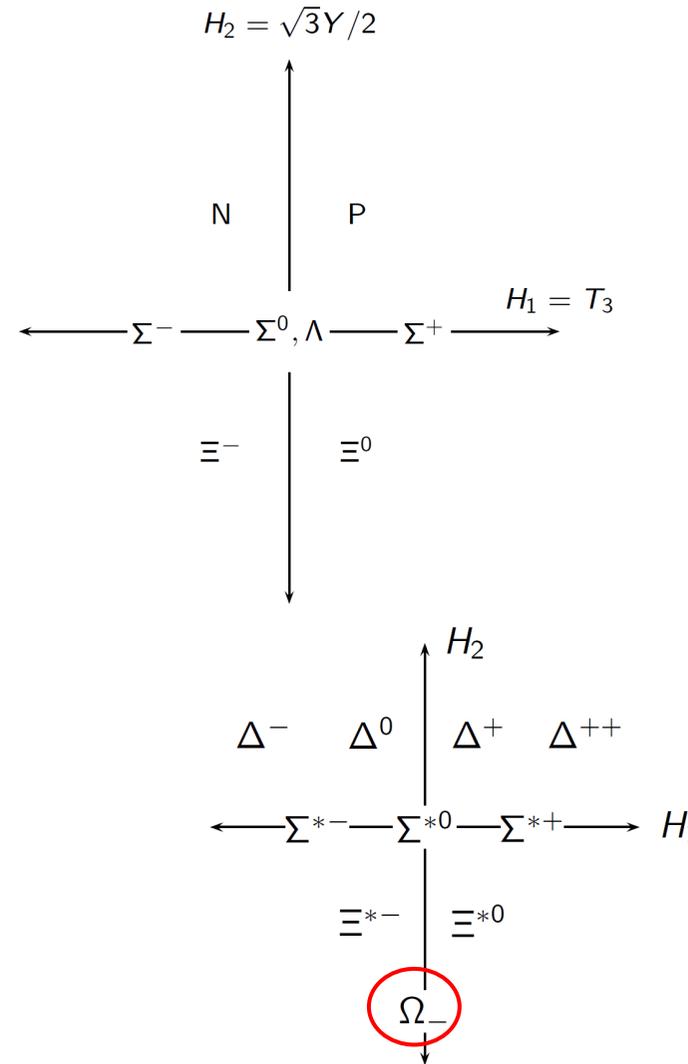
$$SU(2)_T \times U(1)_Y$$

➤ 1961: Gell-Mann und Ne'eman:

- Alle bekannten Teilchen können in eine SU(3)-Darstellung einsortiert werden, wenn man  $T_3$  und Y als Generatoren verwendet!
- Die richtige Wahl der Basis, sodass eine Strukturierung des Teilchenzoos möglich wurde, war die eigentliche Leistung von Gell-Mann (und Ne'eman)

# Gell-Manns Idee, Teil 3

		$T_3$	$Y$
Proton	P	1/2	1
Neutron	N	-1/2	1
Sigma	$\Sigma^+$	1	0
	$\Sigma^0$	0	0
	$\Sigma^-$	-1	0
Lambda	$\Lambda$	0	0
Xi	$\Xi^0$	1/2	-1
	$\Xi^+$	-1/2	-1



# SU(3) – Was tun mit den fundamentalen Darstellungen?

Warum fundamentale Darstellungen überhaupt betrachten?

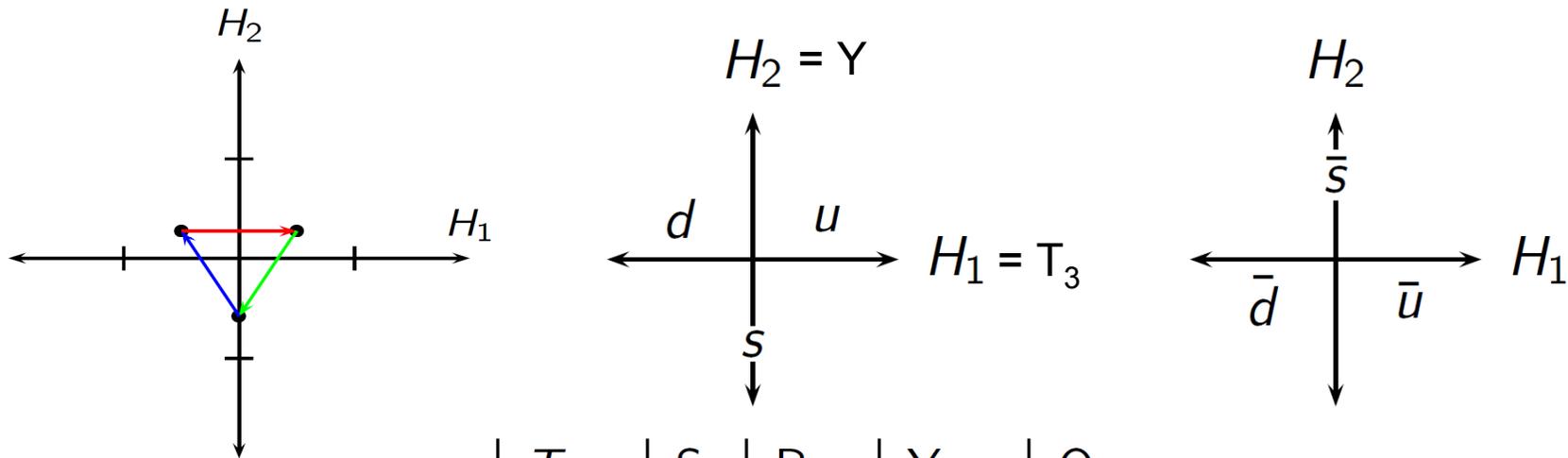
- Teilchenreaktionen in Hochenergiephysik werden über Tensorprodukt beschrieben
- Kann dazu führen, dass bei Zusammenstoß zweier Teilchen aus unterschiedlichen Darstellungen Teilchen aus einer ganz anderen Darstellung entsteht
- Aber: Teilchen aus fundamentalen Darstellungen bleiben beim Tensorprodukt immer erhalten!
  - Kann man Teilchen aus „Elementarteilchen“, also Elementen der fundamentalen Darstellung, zusammensetzen, wird auch entstehendes Teilchen so zusammensetzbar sein

→ Quarkmodell wird vorgeschlagen:

- Alle Hadronen aus Spin  $\frac{1}{2}$  Quarks aufgebaut, die sich wie Mitglieder der fundamentalen SU(3) Darstellung transformieren

# Das Quark-Modell

Die fundamentale Darstellung der SU(3) beinhaltet drei Geschmäcker: u, d, s



	$T_3$	S	B	Y	Q
u	1/2	0	1/3	1/3	2/3
d	-1/2	0	1/3	1/3	-1/3
s	0	-1	1/3	-2/3	-1/3

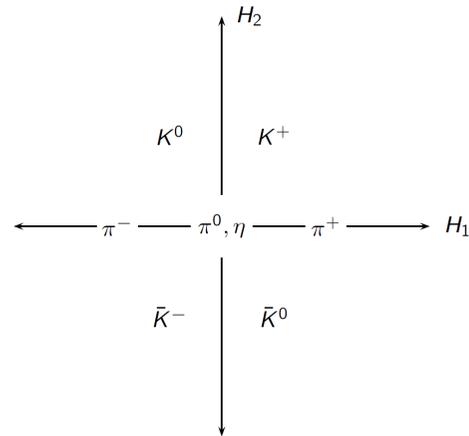
Quantenzahlen der konjugierten Quarks sind das negative der Quantenzahlen von u, d, s

# Das Quark-Modell, Teil 2

Mesonen (B=0) zusammengesetzt aus  $qq^*$ , Darstellungen in

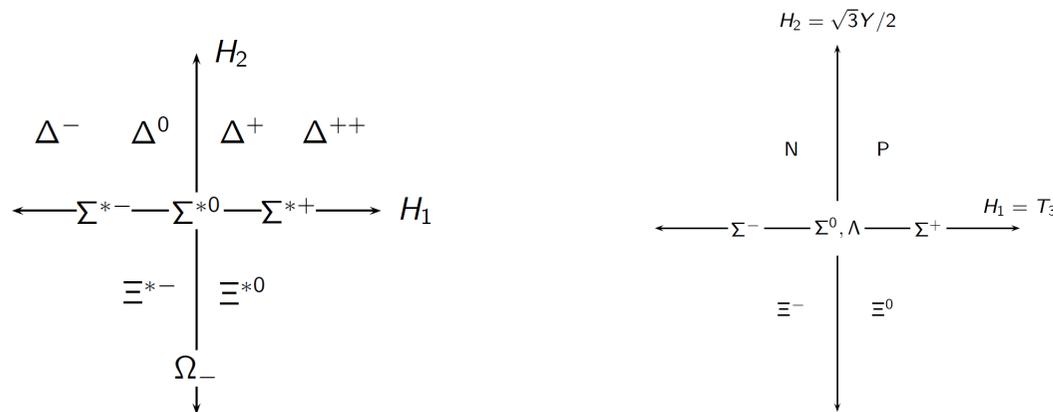
$$3 \times \bar{3} = 1 + 8$$

(Oktett und Singulett)



Baryonen (B=1) zusammengesetzt aus  $qqq$ , Darstellungen in

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$$



# Zweig-Regel und $SU(3)_{\text{Flavour}} \rightarrow SU(6)_{\text{Flavour}}$

## Zweig-Regel:

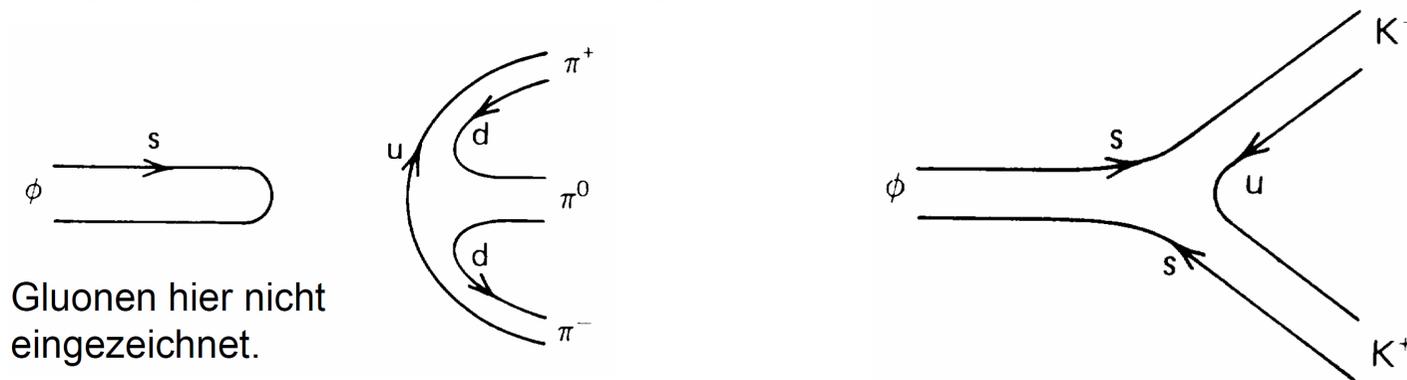
- Entdeckung der Zerfälle von  $\omega$  und  $\phi$  sorgte für Erklärungsprobleme:

$$\omega \rightarrow 3\pi$$

$$\phi \rightarrow 3\pi \text{ stark unterdrückt}$$

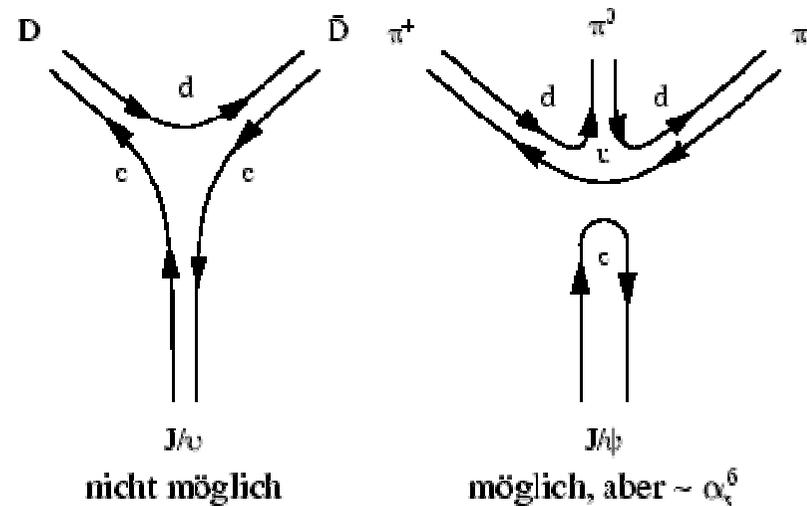
$$\phi \rightarrow \bar{K}K$$

- Zerfallskanal von  $\omega$  sehr verschieden von  $\phi$ , obwohl  $T=Y=0$  für beide, daher ähnliche starke Wechselwirkungseigenschaften erwartet
- Zweig-Regel: Pfade auf denen  $qq^*$  annihiliert werden, sind stark unterdrückt:



# Zweig-Regel und $SU(3)_{\text{Flavour}} \rightarrow SU(6)_{\text{Flavour}}$ , Teil 2

- 1974:  $J/\Psi$  wurde entdeckt, sehr schweres Teilchen, aber kleine Zerfallsbreite
- Ist gebundener Zustand eines vierten Geschmack  $\Psi \sim c\bar{c}$  (Charm-Quark)
- Zerfall unterhalb der von Zweig-Regel erlaubten Schwelle



- $J/\Psi$  zerfällt sehr langsam

# Zweig-Regel und $SU(3)_{\text{Flavour}} \rightarrow SU(6)_{\text{Flavour}}$ , Teil 3

- Mit neuer Quantenzahl  $c$  bei den Flavours muss auch Symmetriegruppe größer werden:

$$SU(3)_{\text{Flavour}} \rightarrow SU(4)_{\text{Flavour}}$$

- 1977: Entdeckung des b-Quarks und nachfolgend des t-Quarks:

$$SU(4)_{\text{Flavour}} \rightarrow SU(6)_{\text{Flavour}}$$

## ➤ Quark-Generationen:

- Die gleiche Physik, nur in drei „Massen-Klassen“
- Flavour als Quantenzahl nicht so relevant, da sie sich nur durch Annihilation ändert

**Drei Generationen der Materie (Fermionen)**

	I	II	III	
Masse	2,4 MeV	1,27 GeV	171,2 GeV	0
Ladung	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
Spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Name	u up	c charm	t top	$\gamma$ Photon
	4,8 MeV	104 MeV	4,2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	d down	s strange	b bottom	g Gluon
	<2,2 eV	<0,17 MeV	<15,5 MeV	91,2 GeV
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	$\nu_e$ Elektron-Neutrino	$\nu_\mu$ Myon-Neutrino	$\nu_\tau$ Tau-Neutrino	Z schwache Kraft
	0,511 MeV	105,7 MeV	1,777 GeV	80,4 GeV
	-1	-1	-1	$\pm 1$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	e Elektron	$\mu$ Myon	$\tau$ Tau	W $^\pm$ schwache Kraft

Bosonen (Kräfte)

# Warum die Farbe aus der Gruppentheorie kommt

## Das Spin-Statistik-Problem:

$$N^{*++} \sim uuu$$

- Grundzustand des  $uuu$ -Systems
- Räumliche Wellenfunktion ist total symmetrisch
- Aber: ist Spin  $3/2$  Teilchen:  $u(\uparrow)u(\uparrow)u(\uparrow)$
- Spinwellenfunktion total symmetrisch
- Gesamtwellenfunktion total symmetrisch
- Problem: weil  $N^{*++}$  Fermion, ist Spin-Statistik-Theorem verletzt!

## Warum die Farbe aus der Gruppentheorie kommt, Teil 2

- 1964/65: Ansatz zur Lösung des Spin-Statistik-Problems von Greenberg, Han, Nambu:
- Neue Quantenzahl = neuen Freiheitsgrad einführen:
  - Jedes Quark hat eine Farbe
  - Einführung der Farbladung direkte Konsequenz aus der gruppentheoretischen Sortierung der Teilchen und des daraus folgenden Spin-Statistik-Theorems
- Wie kann Farbladung eingeführt werden, sodass Spin-Statistik-Problem gelöst und experimentelle Beobachtungen erklärt werden?
- z.B.: Warum findet man keine  $q$ ,  $qq$  und  $qqqq$  – Zustände im Experiment?

# Warum die Farbe aus der Gruppentheorie kommt, Teil 3

- Jedes Quark existiert in drei verschiedenen Farben
- Diese Farben formen eine  $SU(3)$  mit folgenden Eigenschaften:
  - Gruppenoperatoren verändern nur die Farbe eines Quarks, nicht den Flavour
  - Es existieren nur Farbsingulets
- In  $3 \times \bar{3} = 1 + 8$  und  $3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$  existieren Farbsingulets, daher können  $qq^*$  und  $qqq$  physikalisch beobachtet werden,  $3 \times 3$  und  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  haben keine Singulett-Darstellungen
- Farbconfinement (QCD): Quarks können nicht getrennt werden
- Beachte:  $SU(3)_{Color} \neq SU(3)_{Flavour}$
- Im Gegensatz zu  $SU(3)_{Flavour}$  ist  $SU(3)_{Color}$  exakt
- $SU(3)$  zu finden ist nicht trivial!

# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist

- Beschreibt die Vereinigung der starken, schwachen, elektromagnetischen Wechselwirkung
- Standardmodell ist eine Quantenfeldtheorie
- Aus mathematischer Formulierung des Standardmodells folgt Quantenfeldtheorie:
  - Jedes Teilchen wird durch dynamisches, raumzeitliches Feld beschrieben
  - Zunächst wird bei der Konstruktion einer Quantenfeldtheorie ein Set von Symmetrien postuliert
  - Anschließend wird allgemeinstes, renormierbares Lagrangian aus den Teilchenfeldern aufgestellt, das alle geforderten Symmetrien erfüllt
- Für Standard-Modell bedeutet dies:
  - Poincaré-Symmetrie muss immer erfüllt sein
  - Eine lokale Eichsymmetrie als interne Symmetrie definiert das Standardmodell:

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist, Teil 2

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Beschreibt die drei fundamentalen Wechselwirkungen und deren Austauschfelder/-teilchen
- Die Teilchen des Standardmodells liegen in Repräsentationen dieser Eichgruppe!
- Vermutung: Natur ist maximal symmetrisch, daraus würde folgen:

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

Gluon = starke Wechselwirkung



$W^+, W^-, Z_0$  = schwache Wechselwirkung



Photon = elektromagnetische Wechselwirkung



# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist, Teil 3

- Eichfeld der SU(2):  $W_\mu^a$  mit  $a=1,2,3$  sind Elemente der adjungierten Darstellung der Eichgruppe
- $W_\mu^a$  sind Generatoren der Eichgruppe

 Stelle Eichfelder durch Generatoren der Eichgruppe dar:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad \text{Leiteroperatoren!}$$

- Aber:  $W_\mu^3 \neq Z_\mu$

# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist, Teil 4

Warum funktioniert  $W_\mu^3 = Z_\mu$  nicht?

- Standardmodell ist chiralitätsselektiv
- Es gibt keine rechtshändigen Neutrinos

Name	Fermion fields, $\psi$	$Q/e$	$T_3$	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$		
Leptons	$L: \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$	0	+1/2	( <b>1</b> , <b>2</b> , -1)
	$e: e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	-1	-1/2	( <b>1</b> , <b>1</b> , -2)
Quarks	$Q: \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	+2/3	+1/2	( <b>3</b> , <b>2</b> , $\frac{1}{3}$ )
	$u: u_R$	$c_R$	$t_R$	-1/3	-1/2	( $\bar{\mathbf{3}}$ , <b>1</b> , $\frac{4}{3}$ )
	$d': d'_R$	$s'_R$	$b'_R$	+2/3	0	( $\bar{\mathbf{3}}$ , <b>1</b> , $\frac{4}{3}$ )
				-1/3	0	( $\bar{\mathbf{3}}$ , <b>1</b> , $-\frac{2}{3}$ )

Aber  $W_\mu^3 \hat{=} \text{dritter Komponente des Isospins}$  und  $I_3(\mathbf{f}_R) = 0$  ist nicht erfüllt für  $W_\mu^3(\mathbf{f}_R)$

Könnte vielleicht  $W_\mu^3 = \gamma_\mu$  ?  $I_3(\nu) = \frac{1}{2}$



# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist, Teil 5

- $W_\mu^3$  ist eine Mischung aus  $Z_0$  und  $\gamma$  !
- Dann muss aber auch Eichfeld der U(1)  $B_\mu$  eine Mischung aus  $Z_0$  und  $\gamma$  sein
- Oder anders herum:  $Z_0$  und  $\gamma$  sind Mischungen der Eichfelder  $W_\mu^3$  und  $B_\mu$ :

$$Z_\mu = \cos(\theta_W) W_\mu^3 - \sin(\theta_W) B_\mu$$

$$A_\mu = \sin(\theta_W) W_\mu^3 + \cos(\theta_W) B_\mu$$

- $\theta_W$  ist der Weinbergwinkel
- Kann nicht aus der Theorie bestimmt werden!

# Das Standardmodell – Warum die Natur nicht perfekt ist, Teil 6

Damit folgt:

Die Natur ist selten total symmetrisch (Ausnahme  $SU(3)_{\text{Color}}$ ), wesentlich häufiger treten kleine Abweichungen von der perfekten Symmetrie auf. Diese machen die Natur aber nur reichhaltiger! (Vergleiche Weinbergwinkel, Isospin, Massendifferenzen der Quarks,...)

# Zusammenfassung

- Gruppentheoretischer Ansatz zur mathematischen Strukturierung physikalischer Systeme ist sehr erfolgreich und erlaubt tieferes Verständnis der Funktionsweisen der Natur
- Die Natur erscheint nur annähernd symmetrisch, dafür aber ausreichend vielfältig!

ENDE

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

# Quellenverzeichnis

1. Ta-Pei Cheng, Ling-Fong Li, „Gauge theory of elementary particle physics“, Oxford Science Publications, 1984
2. Howard Georgi, „Lie Algebras in Particle Physics“, Perseus Books, 1999
3. Florian Berger, „SU(3) – Klassifikation von Elementarteilchen“, Powerpoint-Präsentation
4. <http://de.wikipedia.org/>