

9. Präsenzübung zur Theoretischen Physik für Lehramt, WS 2010/11

(zu bearbeiten am Dienstag, 04.01.2010)

Aufgabe P14 *Bindungszustände im Delta-Potential*

Ein Teilchen der Masse m befinde sich im Potential

$$V(x) = -W \delta(x) \quad \text{mit} \quad W > 0 .$$

(a) Zeigen Sie die Gültigkeit der Anschlussbedingung

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\psi'(\epsilon) - \psi'(-\epsilon)) = -\frac{2mW}{\hbar^2} \psi(0) .$$

Hierbei bezeichnet $\psi'(x)$ die Ortsableitung der stetigen (?) Wellenfunktion.

Hinweis: Integrieren Sie die Schrödingergleichung mit $\int_{-\epsilon}^{\epsilon} dx \dots$, dann $\lim_{\epsilon \rightarrow 0}$ bilden.

(b) Bestimmen Sie die Energieeigenwerte $E_n < 0$ und die normierten Wellenfunktionen der Bindungszustände.

(c) Für Ambitionierte: Zeigen Sie explizit die Gültigkeit der Unschärferelation.

Aufgabe P15 *Vakuumsenergie?*

Leiten Sie mit Hilfe der Unschärferelation $\Delta X \Delta P \geq \frac{\hbar}{2}$ für den harmonischen Oszillator,

$$H = \frac{1}{2m} P^2 + \frac{m\omega^2}{2} X^2 ,$$

in einem stationären Zustand ($\langle X \rangle = \langle P \rangle = 0$) eine untere Grenze für die Energie her.

Hinweis: Drücken Sie $\langle H \rangle$ durch $\langle X^2 \rangle$ aus und minimieren Sie bezüglich $u := \langle X^2 \rangle$.