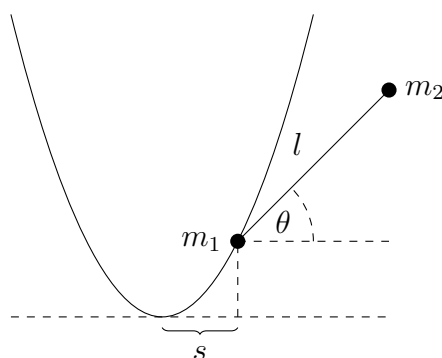


#### 4. Hausübung zur Analytischen Mechanik und Speziellen Relativität, WS 2016/17

(abzugeben am Dienstag, 22.11.2016)

##### Computerübung 1 *Bewegliches Pendel*

Wir betrachten eine Punktmasse  $m_1$ , die reibungsfrei auf einer Kurve  $y = \cosh(x)$  gleitet. An ihr wird eine weitere Punktmasse  $m_2$  an einem masselosen Stab der Länge  $l$  aufgehängt. Auf das gesamte System wirkt die Gravitationskraft  $g$ .



Als generalisierte Koordinaten verwenden wir die Verschiebung  $s$  des ersten Punktes in  $x$ -Richtung und den Winkel  $\theta$ , den die Stange mit der Horizontalen bildet.

##### Aufgabe H07 *Bewegungsgleichungen* (1+1+1 Punkte)

- Drücken Sie die kartesischen Koordinaten  $x_1, y_1, x_2, y_2$  der beiden Punktmassen durch die generalisierten Koordinaten  $\theta$  und  $s$  aus.
- Benutzen Sie das Resultat aus (a) um die kinetische Energie  $T$ , die potentielle Energie  $V$  und die Lagrangefunktion  $L = T - V$  durch die generalisierten Koordinaten auszudrücken.
- Leiten Sie mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen des Systems her.

##### Aufgabe H08 *Simulation des Systems* (2+2 Punkte)

Im Folgenden möchten wir die Funktionen  $s(t)$  und  $\theta(t)$  durch numerisches Lösen der Bewegungsgleichungen bestimmen. Zu Beginn ist es immer ratsam einfache Grenzfälle zu untersuchen und mit bekannten Lösungen zu vergleichen.

- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen im Intervall  $t \in [0, 30]$  für die Parameter

$$m_1 = 1, \quad m_2 = 0.0001, \quad l = 1, \quad g = 9.81$$

und die Anfangsbedingungen

$$s(0) = 0, \quad \dot{s}(0) = 0.1, \quad \theta(0) = -\pi/2, \quad \dot{\theta}(0) = 0.$$

Plotten Sie die Lösung  $s(t)$ . Ist die Form der Lösung plausibel? Bestimmen Sie die Periodendauer und vergleichen Sie sie mit der eines harmonischen Oszillators mit geeigneten Parametern. *Hinweis: Benutzen Sie NDSolve um die Differentialgleichung zu lösen. Zur Bestimmung der Periodendauer hilft FindRoot.*

(b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen im Intervall  $t \in [0, 30]$  für die Parameter

$$m_1 = 1, \quad m_2 = 1, \quad l = 1, \quad g = 9.81$$

und die Anfangsbedingungen

$$s(0) = 0, \quad \dot{s}(0) = 0, \quad \theta(0) = -\pi/2, \quad \dot{\theta}(0) = 8.$$

Stellen Sie die Bewegung des gesamten Systems als Animation dar. Schlägt das Pendel über? *Hinweis: Für die Animation können Sie Manipulate und Graphics verwenden. Achten Sie auf die korrekte Wiedergabegeschwindigkeit.*

Aufgabe H09 Variable Anfangsbedingungen (2+1 Punkte)

(a) Für Parameter wie in (1b) setzen Sie

$$s(0) = 0, \quad \theta(0) = -\pi/2.$$

Variieren Sie die beiden Anfangsgeschwindigkeiten in 128 Schritten im Intervall  $[-10, 10]$ . Überprüfen Sie für jedes Paar von Anfangsbedingungen ob das Pendel überschlägt und plotten Sie das Resultat als zweidimensionalen Dichteplot. *Hinweis: Als Kriterium für das Überschlagen des Pendels können Sie den Winkel  $\theta$  betrachten und ermitteln, ob er größer als  $\pi/2$  oder kleiner als  $-3\pi/2$  wird. Für den Plot können Sie ListDensityPlot verwenden.*

(b) Benutzen Sie die Energieerhaltung um eine notwendige Bedingung an die Anfangsbedingungen zu formulieren und stellen Sie diese als Dichteplot dar. Vergleichen Sie mit der numerischen Lösung aus (a). Gibt es Fälle in denen das Pendel nicht überschlägt, obwohl dies energetisch erlaubt wäre?

Allgemeine Hinweise

Die Aufgaben sind so gestellt, dass sie sich mit Mathematica effizient lösen lassen. Abzugeben ist dann ein Ausdruck des ausgeführten Mathematica Notebooks mit Ergebnissen. Sollten Sie einzelne Aufgaben per Hand lösen, fügen Sie bitte Ihre handgeschriebenen Notizen bei und verweisen Sie im Notebook darauf. Zusätzlich ist das Notebook (.nb) als eMail an nicolas.eicke@itp.uni-hannover.de zu senden. Der Dateiname sollte aus Ihrem Vor- und Nachnamen bestehen. Sie können nach Rücksprache auch andere Plattformen als Mathematica benutzen.