

6. Präsenzübung zur Quantentheorie II, SS 2007

(fällt aus wegen Christi Himmelfahrt, 17.05.07)

Aufgabe P** Kraus-Darstellung eines Superoperators

Die Kraus-Operatoren für die sogenannte Amplituden-Dämpfung (Modell für den Zerfall eines angeregten Zwei-Niveau-Atoms durch spontane Emission von Photonen) sind gegeben durch

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

wobei der Grundzustand $|0\rangle_A \doteq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und der angeregte Zustand $|1\rangle_A \doteq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist.

- Bestätigen Sie, daß $\sum_{\mu} M_{\mu}^{\dagger} M_{\mu} = \mathbf{1}$. Wie entwickelt sich ein allgemeiner Zustand ϱ_A ? Prüfen Sie die Spurerhaltung und die Erhaltung der Hermitezität.
- Wie lautet die unitäre Darstellung der Amplituden-Dämpfung in $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_E$, d.h. in dem Hilbert-Raum, der durch Atom und Umgebung aufgespannt wird? Überlegen Sie sich die physikalische Interpretation.

Aufgabe P** Wie schnell ist Dekohärenz?

Ein Pendel mit der Masse $m = 1 \text{ g}$ und der Frequenz $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ hat den Gütefaktor $Q = m\omega^2/\hbar\Lambda = 10^9$. Das Pendel ist in dem ‘‘Schrödinger-Katzen’’-Zustand

$$|\text{cat}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + |-x\rangle)$$

präpariert, d.h. in einer Superposition von Wellenpaketen mit minimaler Unschärfe, die zu Beginn in Ruhe sind und sich an den Orten $\pm x$ befinden. Es sei $x = 1 \text{ cm}$. Schätzen Sie die typische Zeitskala für die Dekohärenz dieses Zustands ab, wenn die Umgebung

- Temperatur Null
- Raumtemperatur

hat.

Hinweis: Die Dekohärenzrate ist $\Gamma \approx n \Lambda (\Delta x)^2$, wobei Λ die Lokalisationsrate und n die Zahl der erreichbaren Endzustände ist. Benutzen Sie $\hbar \approx 10^{-34} \text{ Js}$ sowie $k \approx 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.