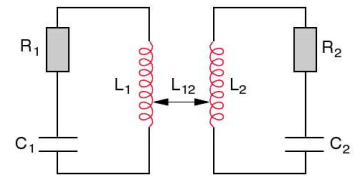


1) Kurzaufgaben:

- a) Eine ebene, linear polarisierte Welle wird von einem perfekten Leiter reflektiert. Wie groß sind  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Feld am Ort der Reflektion?
- b) Wieso kann man elektrische Felder abschirmen, also aus einem bestimmten Volumen fernhalten, Gravitationsfelder dagegen nicht?
- c) Warum wird elektrische Energie auf Fernleitungen mit möglichst hoher Spannung befördert? Bestimme bei gegebenem  $R$  der Leitung den relativen Verlust  $\frac{P_{\text{Verlust}}}{P_{\text{Gesamt}}}$  als Funktion von  $U$ .
- d) Wie könnte man in einem Experiment linear von zirkular polarisiertem Licht unterscheiden?

2) Sie wollen eine neue Protonenpistole für Captain Kirk bauen. Dazu erzeugen Sie ein homogenes elektrisches Feld mit Feldstärke  $E = 2 \times 10^4$  V/m, in dem die Protonen über eine Strecke von 1 cm beschleunigt werden. Welche Spannung fällt an der Beschleunigungsstrecke ab? Welche kinetische Energie gewinnen die Protonen? Welche Geschwindigkeit haben sie also? (Protonenmasse  $m = 1,67 \times 10^{-27}$  kg) Wie groß ist der Bahnradius der Protonen, wenn Captain Kirk die Pistole senkrecht zum Erdmagnetfeld ( $B = 4 \times 10^{-5}$  T) auf Klingonen abfeuert?

3) Genau wie bei mechanischen Oszillatoren, die man durch elastische Federn miteinander koppeln kann, lassen sich auch elektromagnetische Schwingkreise induktiv, kapazitiv oder ohmsch miteinander koppeln, so dass ein Teil der Schwingungsenergie des einen Kreises auf den anderen übertragen werden kann. Bestimmen Sie die Differenzialgleichungen für zwei induktiv gekoppelte Schwingkreise. Wie verändert die Kopplung die Resonanzkurve des Systems?



4) Ein radioaktives Nuklid  $A$  („Mutter“) zerfällt mit der Rate  $\gamma_A$ , d.h. die Teilchenzahl  $N_A(t)$  entwickelt sich gemäß  $\dot{N}_A = -\gamma_A N_A$ , wobei  $N_A(0) = N_0$ . Das Zerfallsprodukt ist ein radioaktives Nuklid  $B$  („Tochter“), dessen Teilchenzahl also der Gleichung  $\dot{N}_B = -\dot{N}_A - \gamma_B N_B$  genügt, wobei  $N_B(0) = 0$ . Bestimmen Sie zuerst  $N_A(t)$  und lösen Sie mit dem Ergebnis die Gleichung für  $N_B(t)$ . Tochter-Skizze! Hinweis:  $N_B^{\text{hom}} = c e^{-\gamma_B t}$  und  $N_B^{\text{spez}} = d e^{-\gamma_A t}$ .

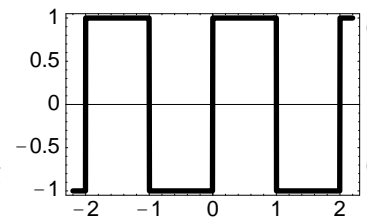
5) In einem bestimmten Raumbereich um den Ursprung soll das elektrische Feld

$$\vec{E}(x, y, z) \doteq (zx, zy, -z^2 - 2x^2 - 2y^2)$$

hergestellt werden. Ermitteln Sie aus den Maxwell-Gleichungen das begleitende Magnetfeld sowie Strom- und Ladungsdichte. Gilt die Ladungserhaltung  $\partial_t \rho + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$ ?

6) Verifizieren Sie den Stokesschen Integralsatz für das Magnetfeld  $\vec{B} \doteq (-x^2 y - y^3, x^3 + x y^2, b)$  und eine Kreisscheibe  $\{x^2 + y^2 \leq R^2, z = 0\}$  durch Auswerten der beiden Integrale. Berechnen Sie auch den Fluss von  $\vec{B}$  durch die Kugeloberfläche  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ .

7) Berechnen Sie die Fourier-Koeffizienten der nebenstehend abgebildeten periodischen Funktion bezüglich des Intervalls  $[-1, +1]$ . Lesen Sie aus dem Parsevalschen Theorem eine Summenformel ab.



8) Die Airy-Funktion  $\text{Ai}(x)$  ist eine Lösung der Differenzialgleichung  $f'' - x f = 0$  mit der Normierung  $\tilde{f}(0) = 1$ .

Welche Gleichung erfüllt die Fourier-Transformierte  $\tilde{f}(k)$ ? Lösen Sie diese und geben Sie damit eine reelle Integraldarstellung der Form  $\text{Ai}(x) = \int_0^\infty dk \dots$  an. Hinweis:  $x e^{ikx} = -i \partial_k e^{ikx}$ .

9) Bestimmen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem Zylindermantel  $\vec{r} \doteq (R \cos \varphi, R \sin \varphi, z)$  in der Form  $z = z(\varphi)$ . Hinweise: partiell integrieren;  $\partial_\varphi F(h(\varphi)) = 0 \Rightarrow F(h(\varphi)) = \text{const} \Rightarrow h(\varphi) = \text{const}'$ .

10) Zwei Punktladungen  $-e$  und  $2e$  liegen bei  $\vec{r}_1 \doteq (a, 0, 0)$  und  $\vec{r}_2 \doteq (a+d, 0, 0)$ . Geben Sie für das Potenzial  $\phi(\vec{r})$  dieser Ladungsverteilung die ersten beiden Terme der Multipol-Entwicklung an. Welche Verschiebung des Koordinaten-Ursprungs eliminiert das Dipolmoment?

