freiwillige **KLAUSUR**

1) Ein Teilchen (m) mit $v(0) = v_0$ erfährt die Reibungskraft $-\gamma m v^{-2}$. Wann ($t_1 = ?$) kommt es zur Ruhe ? Wieviel kinetische Energie verliert es pro Zeit : $\dot{T}(t) = ?$
Führt man das Integral von Null bis t_1 über die nun bekannte Funktion $-\dot{T}(t)$ explizit aus, so sollte die Start–Energie wieder herauskommen (?!) . (4)

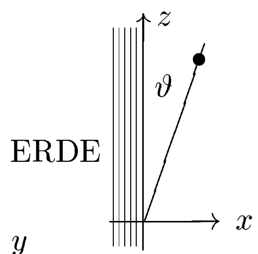
2) In einer Ebene mit Kraftfeld $\vec{K}(x,y) = \lambda\,(-4x^3y^2\,,\,-2x^4y - 2\kappa y)$ wird ein bei $\vec{r}(0) = (0,a)$ ruhendes Teilchen (m) losgelassen. $V(x,y) = ?$ Welcher Bahnkurve wird es folgen und mit welcher Geschwindigkeit v_1 durcheilt es den Ursprung ? (3)

3) Aus der Fourier–Transformierten $\widetilde{u}(\omega) = 2\pi v_0\,\delta(\omega + \omega_0)$ gewinnt man $u(t)$ und sieht, welche Dgl der Form $\dot{u} \sim u$ zugrunde lag. Folgt aus der Dgl wieder $\widetilde{u}(\omega)$? (2)

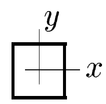
4) In 2D ist der Streu"querschnitt" $\sigma(\varphi)$ eine Breite. Strahl von links, $\varphi =$ Polarkoordinate $=$ Streuwinkel, $\rho =$ Stoßparameter. ρ-φ-Relation bekannt. Wie ist $\sigma(\varphi)$ zu bilden ? (2)

5) Welche Dgl für $q(t)$ folgt aus $\delta\int_1^2 dt\, L(\ddot{q}, \dot{q}, q, t) = 0$ unter Festhalten *wovon* an 1,2 ? (2)

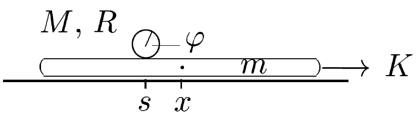
6) Ein Teilchen (m) kann sich nur auf einem Trichter bewegen (Kugelkoordinate ϑ fest, $\sin(\vartheta) =: s$). Konstante Erdanziehung nach links (y-z-Ebene = Erdoberfläche). Lagrangesche Bewegungsgleichungen in r und φ ? Dgl für den Fall, daß m auf dem Grat herunter gleitet ? (3)



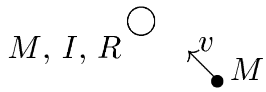
7) Welche Hauptträgheitsmomente I_1, I_2, I_3 hat ein Rahmen aus vier gleichen Stäben (je M, I und Länge $2a$) ? (2)



8) Auf einem rauhen „Teppich" (m) rollt eine Hohl–Walze (M, R, $I = ?$, Schwerpunkt–Koordinate s). Der Teppich (Schwerpkt.–Koordinate x) gleitet seinerseits reibungsfrei auf dem Fußboden und wird von konstanter Kraft K gezogen. # Freiheitsgrade ? Lagrange–Fkt. ? Bewegungsgleichungen? Sei $\dot{x}(0) = \dot{s}(0) = 0$: Dgl für x allein? (4)



9) Ein punktförmiger Meteorit (M) fliegt mit v tangential auf eine ruhende kugelförmige Raumkapsel (ebenfalls M, sowie I, R) und bleibt am Berührungspunkt kleben.



Geeignetes Koordinatensystem ? Schwerpunkt $\vec{R}_{\text{neu}}$ des Compound–Systems unmittelbar nach dem Stoß ? Welche der sieben Erhaltungssätze helfen hierbei und geben welche Winkelgeschwindigkeit ω der (neuen) Kapsel um ihren neuen Schwerpunkt ? Im Resultat für ω werde nun noch das neue Trägheitsmoment I^* durch I, M, R ausgedrückt. (4)

10) Babys kommen von Raumkreuzern. Eine lange Rakete fliegt nach Osten (Standardsituation, Hannover=Ursprung=H.) und wirft um 0 Uhr (Raketen–)gleichzeitig über Magdeburg (=M.) und H. je einen raumschiff–geborenen Zwilling ab. Aus M. (um a von H. entfernt) wird das freudige Ereignis durch einen Lichtblitz kundgetan, welcher um $t_2 = 9a/(5c)$ Uhr in H. eintrifft. Wann (t_1) erblickte Zwilling 2 das Licht Magdeburgs ? Wie lang (Herstellungsmaß) und wie schnell (β) war die Rakete ? (4)

11) Ein ruhender Kern ($M = 5m$) zerplatzt in drei gleiche Teile (je Ruhmasse m). Auch ihre 3–Impuls-Beträge sind gleich, nämlich $|\vec{p}\,| = ?$ Skizze der drei $\vec{p}$'s! (3)

limit : 9 Punkte — Σ : 33

(hschulz@itp.uni-hannover.de)

---

1) $\dot v = -\gamma v^{-2}$, $\left(\frac{1}{3}v^3\right)^{\bullet} = -\gamma$, $v^3 = -3\gamma t + v_0^3$, $t_1 = v_0^3/(3\gamma)$,
$\dot T = mv\dot v = -\gamma m/v$, $J = \gamma m \int_0^{t_1} dt\ \left(v_0^3 - 3\gamma t\right)^{-1/3}$,
$t \to t/(3\gamma)$, $t \to t + v_0^3$, $t \to -t$: $J = \frac{1}{3}m \int_0^{v_0^3} dt\, t^{-1/3} = \frac{1}{2}mv_0^2$.

---

2) $\partial_x V = 4\lambda x^3 y^2$, $V = \lambda x^4 y^2 + f(y)$, $\partial_y V = 2\lambda x^4 y + f' \overset{!}{=} 2\lambda x^4 y + 2\lambda\kappa y$,
$V = \lambda x^4 y^2 + \lambda\kappa y^2$, y-Achse hinab , $\lambda\kappa a^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \;\Rightarrow\; v_1 = \sqrt{2\lambda\kappa a^2/m}$.

---

3) $u = \frac{1}{2\pi}\int d\omega\, e^{i\omega t}\widetilde{u} = v_0 e^{-i\omega_0 t}$, $\dot u = -i\omega_0 u$, $\Rightarrow$
$-i\omega\widetilde{u} = -i\omega_0\widetilde{u}$, $(\omega + \omega_0)\,\widetilde{u} = 0 \;\Rightarrow\; \widetilde{u} = (\text{any})\,\delta\,(\omega + \omega_0)$.

---

4) $i_{\text{aus}} = \#/(\text{Zeit}\cdot d\varphi)$, $j_{\text{ein}} = \#/(\text{Zeit}\cdot d\rho)$, $\sigma = |\rho'(\varphi)|$.

---

5) $0 = \int_1^2 dt\,\left(\ddot\eta L'^1 + \dot\eta L'^2 + \eta L'^3\right)$, part. Int. braucht $\dot\eta = 0$ und $\eta = 0$ bei 1, 2 ,
$d_t^2\,\partial_{\ddot q} L - d_t\,\partial_{\dot q} L + \partial_q L = 0$, q <u>und</u> $\dot q$ am Rand fest .

---

6) $L = \frac{1}{2}m\left(\dot r^2 + [rs]^2\,\dot\varphi^2\right) - mgx$, $x = rs\cos(\varphi)$, m streichen , $\ddot r =$
$rs^2\dot\varphi^2 - gs\cos(\varphi)$, $\left(r^2s^2\dot\varphi\right)^{\bullet} = grs\sin(\varphi)$, $\varphi \equiv 0$ ist möglich und gibt $\ddot r = -gs$.

---

7) $I_3 = 4\left(Ma^2 + I\right)$, $I_1 = I_2 = 2Ma^2 + 2I$ (Körper eben : $I_3 = I_1 + I_2$?? Ja!) .

---

8) $I = MR^2$, $f = 2$, Rollbedingung $x - s = R\varphi$,
$L = \frac{1}{2}m\dot x^2 + \frac{1}{2}M\dot s^2 + \frac{1}{2}M\left(\dot x - \dot s\right)^2 + Kx$, $\left(M\dot s + M(\dot s - \dot x)\right)^{\bullet} = 0$,
$\Rightarrow\; 2\dot s = \dot x + C$, $C = 0$, $\left(m\dot x + M(\dot x - \dot s)\right)^{\bullet} = K$, $\Rightarrow\; \left(m + \frac{1}{2}M\right)\ddot x = K$.

---

9) 1. Möglichkeit: Ursprung in Berührungspkt., Einflug horizontal von rechts, Schwerpkt. mit halbem Radius darunter , $\vec R_{\text{neu}} = \left(0, 0, -\frac{1}{2}R\right)$, P_1 : $-Mv = -2Mu$,
L_2 : $0 = -I^*\omega + \frac{1}{2}R(2M)u$, $\omega = \frac{1}{I^*}RM\frac{v}{2}$, $I^* = I + 2M(R/2)^2$.
2. Möglichkeit: Ursprung im (neuen) Schwerpkt. $\Rightarrow$ dann genügt L_2–Erhaltung .

---

10) Ereignis 1: $\begin{pmatrix} 0 \\ \ell' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ct_1 \\ a \end{pmatrix}$, $t_2 = t_1 + \frac{a}{c}$, $\Rightarrow$
$t_1 = \frac{9a}{5c} - \frac{a}{c} = \frac{4}{5}\frac{a}{c}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ \ell' \end{pmatrix} = \gamma a\begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4/5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sim (4 - 5\beta) \\ \gamma a(1 - 4\beta/5) \end{pmatrix}$.
Obere Zeile: $\beta = \frac{4}{5}$, $\gamma = \left(1 - \frac{16}{25}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$, untere Zeile: $\ell' = \frac{5}{3}a\left(1 - \frac{4}{5}\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5}a$.

---

11) $\begin{pmatrix} 5mc \\ \vec 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2c^2 + \vec p_1^{\,2}} \\ \vec p_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{} \\ \vec p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{} \\ \vec p_3 \end{pmatrix}$, $5mc = 3\cdot\sqrt{}$,
$\left(\frac{25}{9} - 1\right)m^2c^2 = \vec p^{\,2}$, $|\vec p| = \frac{4}{3}mc$ und $\sum_{i=1}^{3}\vec p_i = 0$: Mercedes–Stern .

(hschulz@itp.uni-hannover.de)