

Analytische Mechanik und spezielle Relativitätstheorie

Hausübung, Blatt 01

WS 14/15 Abgabetermin: 31.10.2014

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Andreas Deser – Computerübungen: Xiaolong Deng

[H1] Gedämpfter linearer Oszillator mit äußerer Kraft

3 Punkte

Betrachten Sie wie in den Präsenzübungen einen gedämpften linearen Oszillator aber nun mit einer zusätzlichen äußeren periodischen Kraft $F_{\text{Ex}} = f \cos \bar{\omega}t$. Die Bewegungsgleichung lautet somit

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{f}{m} \cos \bar{\omega}t \quad .$$

Da diese Differentialgleichung nun inhomogen ist, benötigt man für die allgemeine Lösung eine homogene und eine spezielle Lösung.

Führen Sie die komplexe Variable z mit $x = \text{Re } z$ ein und benutzen Sie den Ansatz $z(t) = Ae^{i\bar{\omega}t}$ um die spezielle Lösung $x_{\text{SP}} = |A| \cos(\bar{\omega}t + \bar{\varphi})$ zu finden. Bestimmen Sie die Konstanten $|A|$ und $\bar{\varphi}$ und geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.

Was kann man über die Lösung $x(t)$ für große Zeiten $t \gg \bar{t}$ aussagen? Wie groß muss dabei \bar{t} sein?

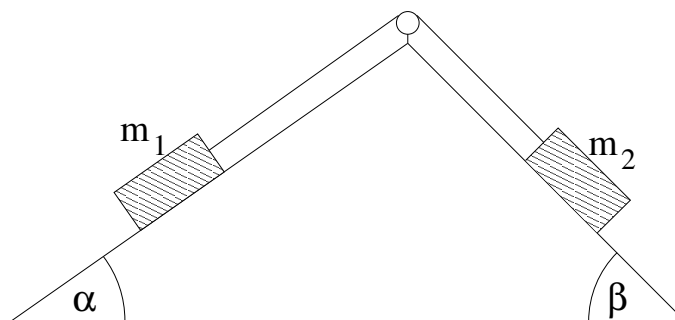
Für welche Werte von $\bar{\omega}$ ist $|A|$ maximal und welchen Wert nimmt $|A|$ an?

Skizzieren Sie qualitativ $|A|$ als Funktion von $\bar{\omega}$ für kleines β !

[H2] Seil-Massen-Installation

3 Punkte

Zwei Massen m_1 und m_2 (o.B.d.A. $m_2 > m_1$) können sich im Schwerfeld der Erde auf um die Winkel α und β gegen die Horizontale geneigten Ebenen reibungslos bewegen. Sie sind durch einen Faden konstanter Länge L miteinander verbunden und führen damit eindimensionale Bewegungen aus.



- Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen m_1 und m_2 auf.
- Drücken Sie die Beschleunigungen durch m_1 , m_2 , α , β und g aus.
- Berechnen Sie die Fadenspannung S .
- Unter welcher Bedingung befinden sich die Massen in Ruhe (bzw. in gleichförmig geradliniger Bewegung)?

Bitte wenden

[H3] Kanonenkugel**4 Punkte**

Eine Kanone am Ort $x = 0, z = 0$ verschießt eine Kanonenkugel mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0z}\vec{e}_z$.

Die Kanonenkugel steht während des Fluges unter dem Einfluss

- der Gravitationskraft der Erde: $\vec{F}_g = -mg\vec{e}_z$
- einer Reibungskraft durch die Luft: $\vec{F}_f = -\alpha\vec{v}$.

- a) Bestimmen Sie die Trajektorie der Kanonenkugel!
- b) Zeigen Sie, dass für kleine Reibungskoeffizienten ($\alpha \ll 1$) das bekannte Ergebnis vom reibungslosen Fall erhalten wird!

**Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen,
Matrikelnummer und Studiengang an!**

**Die Ausarbeitungen können in der Handbibliothek am ITP (Appelstr.2) in
den Postfächern von Luis Santos oder Andreas Deser abgegeben werden.
Die Abgabe ist bis Freitags VOR der Vorlesung, d.h. bis 10:15 Uhr. Eine
spätere Abgabe ist nicht möglich!**