

Analytische Mechanik und spezielle Relativitätstheorie

Hausübung, Blatt 02

WS 14/15 Abgabetermin: 07.11.2014

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Andreas Deser – Computerübungen: Xiaolong Deng

[H4] Coriolis-Kraft

6 Punkte

Obwohl Bewegungsgleichungen in Inertialsystemen einfacher sind, beschreibt man Bewegungen auf der Erde in der Regel in einem mit der Erde mitrotierenden Bezugssystem (Labor). Das ist streng genommen wegen der Rotation der Erde dann kein Inertialsystem mehr.

Auf der Erdoberfläche werde in einem Punkt mit der geographischen Breite φ ein kartesisches Koordinatensystem $\bar{\Sigma}$ angebracht:

- \bar{x}_3 -Achse vertikal nach oben
- \bar{x}_2 -Achse nach Norden
- \bar{x}_1 -Achse nach Osten.

Für die Winkelgeschwindigkeit der Erde gilt:

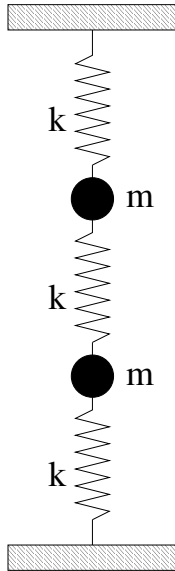
$$|\vec{\omega}| = \frac{2\pi}{24} h^{-1} = 7,27 \cdot 10^{-5} s^{-1} .$$

- a) Wie lautet die Bewegungsgleichung eines Massenpunktes in diesem Koordinatensystem nahe der Erdoberfläche (vernachlässigen Sie Terme in ω^2)?(1 Punkt)
- b) Berechnen Sie die Beschleunigung $\ddot{\vec{r}}_0$ des Koordinatenursprungs von $\bar{\Sigma}$ relativ zu einem im Erdmittelpunkt ruhenden Koordinatensystem Σ .(0,5 Punkte)
- c) Wie groß ist die in $\bar{\Sigma}$ gemessene *wahre* Erdbeschleunigung $\hat{\vec{g}}$? Wie stellt sich die Erdoberfläche ein?(0,5 Punkte)
- d) Wie hängt die Coriolis-Kraft von der geographischen Breite ab?(1 Punkt)
- e) Legen Sie das Koordinatensystem $\bar{\Sigma}$ so, dass die \bar{x}_3 -Achse senkrecht zur *realen* Erdoberfläche steht. Welche Bewegungsgleichungen sind dann für einen Massenpunkt nahe der Erdoberfläche zu lösen? Die Coriolis-Kraft kann in guter Näherung aus d) übernommen werden, da \vec{g} und $\hat{\vec{g}}$ nur einen kleinen Winkel miteinander bilden.(1 Punkt)
- f) Ein zunächst ruhender Körper werde aus der Höhe H frei fallen gelassen. Lösen Sie die Bewegungsgleichungen in e) unter der Voraussetzung, dass $\dot{\bar{x}}_1$ und $\dot{\bar{x}}_2$ während der Fallzeit klein bleiben. Bestimmen Sie die von der Erdrotation bewirkte Ostabweichung!(2 Punkte)

[H5] Gekoppelte Schwingungen im Schwerfeld

4 Punkte

Betrachten Sie zwei gleiche Massen m im Schwerfeld der Erde. Die Massen sind, wie in der Abbildung dargestellt, in einer vertikalen Anordnung untereinander und mit jeweils einer festen Wand über eine Feder mit Federkonstanten k verbunden.



- a) Berechnen Sie die zeitliche Entwicklung der Position der zwei Massen mit den Anfangsbedingungen $y_1 = \bar{y}_1$, $y_2 = \bar{y}_2$, wobei $y_j = x_j - x_{j0}$ die Auslenkung aus der Ruhelage der Feder ist. (Die Ruhelage ist definiert, als derjenige Wert von x_j für den keine harmonische Kraft der Feder auftritt.) (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie auch die Werte von y_1 und y_2 an denen alle Kräfte kompensiert werden, d.h. die neuen Ruhelagen unter dem Einfluss der Schwerkraft. (2 Punkte)

Hinweis: Einführen von Schwerpunkts- und Relativkoordinaten ist hilfreich.

Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Matrikelnummer und Studiengang an!

Die Ausarbeitungen können in der Handbibliothek am ITP (Appelstr.2) in den Postfächern von Luis Santos oder Andreas Deser abgegeben werden. Die Abgabe ist bis Freitags VOR der Vorlesung, d.h. bis 10:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!