Analytische Mechanik und Spezielle Relativitätstheorie

Präsenzübung, Blatt 04 **WS 14/15**

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Andreas Deser

[P9] Lenz-Runge Vektor

Der verallgemeinerte *Lenz-Runge Vektor* für die Bewegung in einem Zentralkraft-Potential $V(r)$ ist definiert als

$$\vec{A} = \dot{\vec{r}} \times \vec{L} + V(r)\vec{r}$$

a) Zeigen Sie, dass der Lenz-Runge Vektor für die Bewegung im Gravitationspotential, $V(r) = -\alpha/r$ erhalten ist.
b) Zeigen Sie, dass $\vec{A}$ entlang der Aphel-Perihel-Linie der Keplerbahn zeigt. Dabei ist das Aphel der Punkt der Bahn, welcher der Sonne am fernsten ist (die Sonne soll sich in einem der Brennpunkte befinden) und das Perihel der Punkt der Bahn, welcher der Sonne am nächsten ist.
c) Was folgt daraus für die Kepler-Bahnen?

[P10] Trägheitsmoment

Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Kegels mit konstanter Dichte ρ_0 und Gesamtmasse M bezüglich der Rotation um die Symmetrieachse. Der Kegel habe einen Grundkreisradius R.

[P11] Trägheitstensor einer quadratischen Scheibe

a) Berechnen Sie den Trägheitstensor $I_{(S)}$ einer homogenen quadratischen infinitesimal dünnen Scheibe der Kantenlänge ℓ und Masse m bezüglich ihres Schwerpunktes S in einem geeigneten Hauptachsensystem.

b) Verlegen Sie nun den Drehpunkt in eine Ecke E der Scheibe und finden Sie den neuen Trägheitstensor $I_{(E)}$ in Hauptachsenform.

Hinweis: Nutzen Sie die Symmetrie der Scheibe, um ihr Hauptachsensystem in S möglichst einfach zu wählen. Wenden Sie den Steinerschen Satz an.