• Elektrostatik

* Wir werden nun mit der Beschreibung der Physik geladener Teilchen anfangen. Genauso wie ein Massenpunkt war eine Masse ohne räumliche Ausdehnung, eine Punktladung ist eine Ladung ohne räumliche Ausdehnung. Wir werden diese Idealisierung mehrmals benutzen.
* Wenn man eine kontinuerliche Verteilung von Ladungen hat, man spricht von eine Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$, solch daß

$$Q = \int_V d^3r \, \rho(\vec{r}) \implies \text{gesamte Ladung im Volumen } V$$

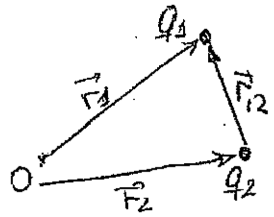
* Die Elementarladung ist die Ladung des Elektrons

$$e = 1{,}602 \; 10^{-19} \, C \qquad (C \equiv \text{Coulomb})$$

* Die Ladung (im Gegenteil zu der Masse) kann positiv oder negativ sein. z.B. die Ladung des Elektrons ist eigentlich $-e$, und die des Protons ist $+e$.
* Wir werden erstmals sehen, wie die Ladungen sich anziehen oder abstoßen.

• Coulomb-Gesetz

* Dies Gesetz ist experimentell verifizierbar.
* Seien q_1 und q_2 zwei Punktladungen an den Stellen $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$



(Bemerkung: der Abstand $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ muß viel größer als die tatsächliche Ausdehnung der Ladungen, sonst ist die Idee vom Massenpunkt nicht anwendbar)

* Dann $\vec{F}_{12} = k \, q_1 q_2 \dfrac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \equiv$ Coulomb-Kraft

ist die von Teilchen 2 auf Teilchen 1 ausgeübte Kraft.

(Bemerkung: k ist eine Konstante. Wir kehren sofort zu dieser Konstante zurück.)

* Wie immer, die Kraft ist ein Vektor.
  Ganz klar $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (also actio = reactio,
* Die Kraft wirkt immer entlang der Verbindungslinie.

Wenn $q_1 q_2 > 0$ (also beide positiv oder negative) bedeutet $\vec{F}_{12}$ eine Abstoßung ($\xleftarrow{\vec{F}_{12}}① \quad ②\xrightarrow{\vec{F}_{21}}$). Im Gegenteil, wenn $q_1 q_2 < 0$, bedeutet $\vec{F}_{12}$ eine Anziehung ($①\xrightarrow{\vec{F}_{12}} \; \xleftarrow{\vec{F}_{21}}②$).

• Die Konstante k hängt vom Medium ab, in dem sich die Punktladungen befinden. Im Vakuum

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \text{wobei } \underbrace{\varepsilon_0}_{\text{Dielektrizitätskonstante des Vakuums}} \equiv 8{,}85 \times 10^{-12} \; \frac{\overset{\text{Ampere}}{A^2}\, s^2}{N\, m^2}$$

(Bemerkung ⇒ diese Definition der Konstante k ist in SI-Einheiten. In mehreren Bücher benutzt man die Ladungseinheiten (auch CGS-System oder Gaußsches Einheitssystem genannt). In diesem System $k = 1$. Aber hier werden wir nur SI-Einheiten benutzen.)

• **DAS ELEKTRISCHE FELD**

• Sei eine Ladungskonfiguration und eine (sehr kleine) Testladung q. Sei $\vec{F}$ die Coulomb-Kraft, die die Ladungskonfiguration auf q ausübt. Man definiert das Konzept des elektrischen Feldes $\vec{E}(\vec{r})$ als:

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

(Bemerkung: $q \to 0$ bedeutet, daß die Testladung das Feld selbst nicht ändert)

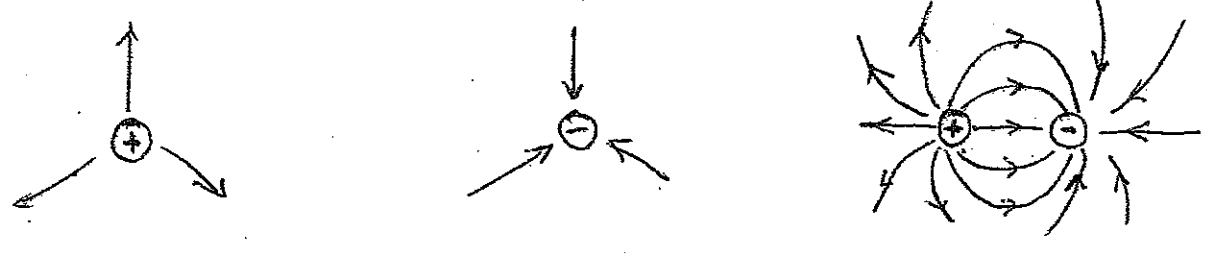
* Das $\vec{E}$ Feld ist eine vektorielle Größe mit Einheiten
$N/C = V/m$ (V = Volt).

* Die Idee von $\vec{E}$ Feld führt auf eine 2. Deutung des Coulomb-Gesetzes. Zunächst erzeugt eine vorgegebene Ladungsverteilung instantan ein den ganzen Raum ausfüllendes $\vec{E}$-Feld. Dieses existiert unabhängig von der Testladung q.
 Die Testladung q reagiert auf das bereits vorhandene Feld gemäß $\vec{F}(\vec{r}) = q\,\vec{E}(\vec{r})$

* Eine Punktladung q_0 erzeugt ein $\vec{E}$-Feld

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^3}$$ wobei q_0 ist an der Stelle $\vec{r}_0$

* Die Idee von $\vec{E}$-Feld wird mit Hilfe der Feldlinien anschaulicher. Die sind die Bahnen, auf denen sich eine kleine positive Ladung aufgrund der Coulomb-Kraft fortbewegen würde.



(Bemerkung: Feldlinien schneiden sich nie
Sie starten in positiven und enden in negativen Ladungen)

* Wegen des Superpositionsprinzips der Kräften, wenn wir mehreren Punktladungen haben, ist die gesamte Coulomb-Kraft auf der Testladung

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = q \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$$

* Also das elektrische Feld der mehreren Ladung ist:

$$\vec{E} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$$

* Wenn wir eine kontinuerliche Ladungsverteilung haben, dann

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \rho(\vec{r}') \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$$

wobei $\rho(\vec{r})$ ist die Ladungsdichte

- **DAS SKALARE ELEKTRISCHE POTENTIAL**

* Aus der Definition von $\vec{\nabla}$, man kann beweisen, daß (S. 12 und 13)

$$\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = -\vec{\nabla}_r \left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]$$

Dann

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \rho(\vec{r}') \left[-\vec{\nabla}_r \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)\right]$$

$$= -\vec{\nabla}\left[\int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]$$

* Wir definieren nun das skalare elektrische Potential

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}}$$

und damit $\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\varphi(\vec{r})}$

* Damit ist die Coulomb-Kraft

$$\vec{F} = q\vec{E} = -\vec{\nabla}(q\varphi(\vec{r})) = -\vec{\nabla} V$$

Also die Coulomb-Kraft ist konservativ

* Aus unserer Diskussion von Konservativen Kräften (in RdP I) sieht man, daß das Linienintegral über $\vec{E}$ wegunabhängig ist

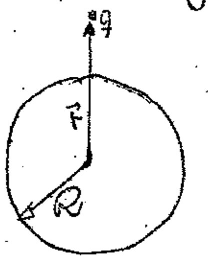
$$\underbrace{\varphi(\vec{r})-\varphi(\vec{r}_0)}_{\text{Spannung } U(\vec{r},\vec{r}_0)} = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}\,')\cdot d\vec{r}\,'$$

Spannung $U(\vec{r},\vec{r}_0)$

(Bemerkung: die Einheit von Spannung ist das Volt)

• BEISPIEL: Homogen geladene Kugel

* Sei eine homogen geladene Kugel von Radius R, und Ladungsdichte ρ_0. Die Gesamtladung des Kugels ist also



$$Q=\int d^3r\,\rho_0 = \rho_0\,\frac{4}{3}\pi R^3$$

* Die Ladungsverteilung ist also

$$\rho(\vec{r}\,')=\begin{cases}\rho_0 & |\vec{r}\,'|\le R\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$$

* Wir rechnen nun das skalare Potential:

$$\varphi(\vec{r})=\frac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{Kugel}} d^3r'\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \;=\;$$

Kugelkoordinaten (r',θ',ϕ') ← wir definieren die Richtung von $\vec{r}$ als die z-Achse

$$=\frac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R r'^2\,dr'\int_0^{2\pi}d\phi'\int_0^{\pi}d\theta'\sin\theta'\,\frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta'}} \;\overset{u\equiv\cos\theta}{=}$$

$$=\frac{2\pi\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R r'^2\,dr'\int_{-1}^{1}du\,\frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'u}} \;=\;$$

$$\frac{d}{du}\left[\sqrt{r^2+r'^2-2rr'u}\right]=\frac{-rr'}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'u}}$$

$$=-\frac{2\pi\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\int_0^R r'\,dr'\underbrace{\int_{-1}^{1}du\,\frac{d}{du}\left[\sqrt{r^2+r'^2-2rr'u}\right]}_{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'}-\sqrt{r^2+r'^2+2rr'}}$$

$$\sqrt{r^2+r'^2-2rr'}-\sqrt{r^2+r'^2+2rr'} = |\vec{r}-\vec{r}\,'|-|\vec{r}+\vec{r}\,'| = \begin{cases}-2r & r<r'\\ -2r' & r\ge r'\end{cases}$$

Dann

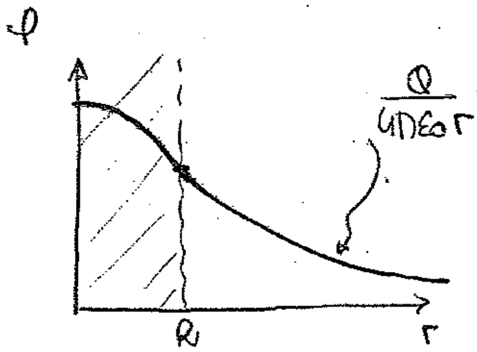
$$\varphi(\vec r) = +\frac{2\pi\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\int_0^R dr' \begin{cases} 2rr' & (r<r') \\ 2r'^2 & (r\geq r') \end{cases}$$

$$= \frac{4\pi\rho_0}{4\pi\varepsilon_0 r}\begin{cases} \int_0^R dr'\, r'^2 & (r>R) \\ \int_0^r dr'\, r'^2 + \int_r^R dr'\, rr' & (r<R) \end{cases}$$

$$= \frac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{4\pi}{r}\begin{cases} R^3/3 & (r>R) \\ r^3/2 + r\left[\frac{R^2}{2}-\frac{r^2}{2}\right] & (r<R) \end{cases}$$

$Q = \frac{4\pi}{3}\rho_0 R^3$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\begin{cases} 1/r & r>R \\ \left(\frac{3R^2-r^2}{2R^3}\right) & r\leq R \end{cases}$$

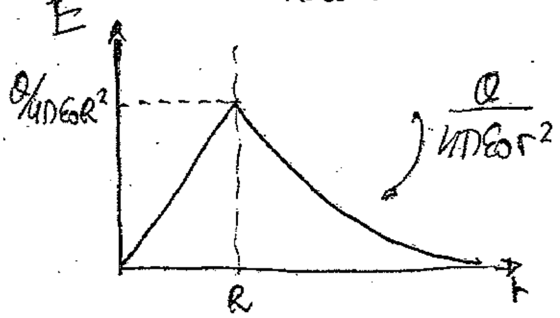


außerhalb der Kugel ist das Potential mit dem einer Punktladung Q im Koordinatenursprung identisch.

* Für das E-Feld:

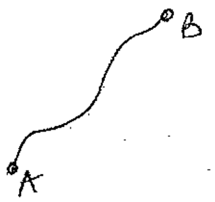
$$\vec E(\vec r) = -\vec\nabla\varphi(\vec r) = \underbrace{\vec e_r}_{\vec r/r}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\begin{cases} Q/r^2 & r>R \\ \frac{Q(r)}{r^2} & r<R \end{cases}$$

wobei $Q(r) = \int\limits_{\text{Kugel vom Radius } r} \rho_0\, d^3r = \rho_0\,\frac{4\pi}{3}r^3$



• ELEKTROSTATISCHE FELDENERGIE

* Auf eine Punktladung q wird in einem $\vec{E}$-Feld eine Coulomb-Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$ geübt.
* Aus RdP I kennen wir die Definition von Arbeit



$$W_{AB} = -\int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \equiv$$ Arbeit um das Ladungsteilchen von A bis B zu transportieren.

Also $$W_{AB} = -\int_A^B q\,\vec{\nabla}\varphi\, d\vec{r} = +\int_A^B \vec{\nabla}(q\varphi)\, d\vec{r} = q\underbrace{(\varphi(B)-\varphi(A))}_{\text{Spannung } U_{BA}}$$

Also $$\boxed{W_{AB} = q\,U_{BA}}$$

~~Die Energie einer~~

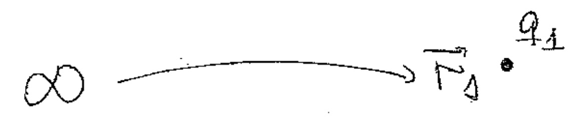
* Sagen wir, daß wir $n-1$ Ladungsteilchen in einem endlichen Bereich haben. Wir wollen die Arbeit berechnen, die nötig ist, um eine Ladung q_n im Feld der Punktladungen $\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{n-1}$ von ∞ nach $\vec{r}_n$ zu bringen.

* In $\vec{r}_n \rightarrow \varphi(\vec{r}_n) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}_n - \vec{r}_j|}$

* In $\infty \rightarrow \varphi(\infty) = 0$

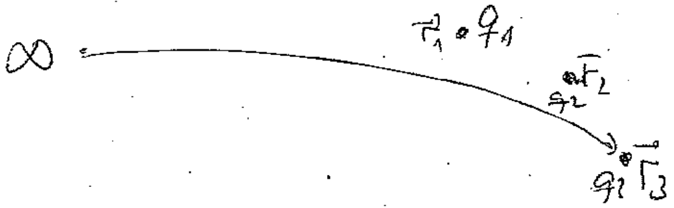
Also $$W_{\infty\rightarrow\vec{r}_n} = q_n\left[\varphi(\vec{r}_n) - \varphi(\infty)\right] = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{q_j\, q_n}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}_n - \vec{r}_j|}$$

* Wir wollen nun, die Ladungen $q_1, q_2, \cdots q_N$ von ∞ nach $\vec r_1 \dots \vec r_N$ eine nacheinander zu bringen.



← für die erste brauchen wir kein Arbeit (am Anfang gibt's Nichts)

$$W_2 = \frac{q_2 q_1}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_2 - \vec r_1|}$$



$$W_3 = \frac{q_3 q_2}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_3 - \vec r_2|} + \frac{q_3 q_1}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_3 - \vec r_1|}$$

$$\vdots$$

$$W_j = \sum_{i=1}^{j-1} \frac{q_j q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_j - \vec r_i|}$$

* Gesamtarbeit

$$W_1 + W_2 + \dots + W_N = \sum_{j=2}^{N} \sum_{i=1}^{j-1} \frac{q_j q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_j - \vec r_i|} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r_i - \vec r_j|}$$

(Bemerkung: die Doppelsumme werten wir so aus, daß wir jedes Paar doppelt zählen und daher durch 2 teilen müssen).

· Für kontinuerlichen Ladungsverteilungen

$$W = \frac{1}{2} \int d^3r\, \rho(\vec r) \underbrace{\int d^3r' \frac{\rho(\vec r')}{4\pi\varepsilon_0 |\vec r - \vec r'|}}_{\varphi(\vec r)} = \frac{1}{2} \int d^3r\, \rho(\vec r)\, \varphi(\vec r)$$

$$\overset{\text{Poisson-gleichung}}{=} \frac{1}{2} \int d^3r\, (-\varepsilon_0 \nabla^2 \varphi)\, \varphi = -\frac{\varepsilon_0}{2} \int d^3r\, (\nabla^2 \varphi)\, \varphi$$

$$= -\frac{\varepsilon_0}{2}\int d^3r\left[\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\varphi\,\varphi)-|\vec{\nabla}\varphi|^2\right] = -\frac{\varepsilon_0}{2}\int_{\substack{RAND\\(\infty)}}(\varphi\,\vec{\nabla}\varphi)\,d\vec{f} + \frac{\varepsilon_0}{2}\int d^3r\,|\vec{E}|^2$$

* Am Rand φ geht zu ~~0~~ wie $\frac{1}{r}$

Also $\varphi\,\vec{\nabla}\varphi \longrightarrow 1/r^3$

In $\infty \longrightarrow |d\vec{f}| \sim r^2$ ↑Randfläche

$$\int(\varphi\,\vec{\nabla}\varphi)\cdot d\vec{f} \sim \frac{1}{r} \xrightarrow{r\to\infty} 0$$

Also das Flächenintegral verschwindet

- Also $W = \int d^3r\,\frac{\varepsilon_0}{2}|\vec{E}|^2$

- Im Integranden steht die Energiedichte des $\vec{E}$-Feldes:

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon_0}{2}|\vec{E}|^2}$$

* MAXWELL-GLEICHUNGEN DER ELEKTROSTATIK / POISSON-GLEICHUNG

* Sei ein Volumen V mit einer Oberfläche S(V).
* Wir sind nun interessiert an dem Fluss von $\vec{E}(\vec{r})$ (Elektrisches Feld) durch die Oberfläche S(V): Dieser Fluss wird von einem Flächenintegral gegeben:

$$\int_{S(V)} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{\sigma} = \int_{S(V)} \left[\int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\right]\cdot d\vec{\sigma}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\vec{r}')\int_{S(V)} d\vec{\sigma}\cdot\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \qquad \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = -\vec{\nabla}_r\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$= \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\vec{r}')\int_{S(V)} d\vec{\sigma}\cdot\vec{\nabla}_r\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right]$$

gaußscher Satz (S.6)

$$\int_S d\vec{\sigma}\,\vec{\nabla}_r\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int_V d^3r\,\vec{\nabla}_r\left(\vec{\nabla}_r\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) = \int_V d^3r\,\nabla_r^2\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)$$

$$= \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\vec{r}')\int_V d^3r\,\nabla_r^2\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] \qquad \nabla_r^2\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -4\pi\,\delta(\vec{r}-\vec{r}') \leftarrow (\text{S. }13)$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\vec{r}')\int_V d^3r\,\delta(\vec{r}-\vec{r}') \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)\,dx = 1$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\underbrace{\int_V d^3r'\,\rho(\vec{r}')}_{\substack{\text{gesamte Ladung}\\ \text{im Volumen V}\\ q(V)}} = \frac{1}{\varepsilon_0}q(V)$$

$$\boxed{\int_{S(V)} \vec{E}\cdot d\vec{\sigma} = \frac{1}{\varepsilon_0}q(V)}$$

· Der Fluss des $\vec{E}$-Feldes durch die Oberfläche eines beliebigen Volumens V ist also bis auf einen Faktor gleich der von V eingeschlossenen Gesamtladung q(V) $\Longrightarrow$ Physikalischer Gaußscher Satz

(Bemerkung: Dieser Satz erlaubt uns zu wissen, wie ist die gesamte Ladung in V, nur durch den Kenntnis von E auf S(V). Das ist sehr bemerkenswert!!)

* Aus dem gaußschen Satz (S.6)

$$\int_{S(V)} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{\sigma} = \int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\,d^3r$$

Also $\displaystyle\int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\,d^3r = \int_V d^3r\,\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \longrightarrow \int_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E} - \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}\right)d^3r = 0$

* Das gilt für beliebige Volumina V, also

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\vec{r})}$$ ← das ist die <u>differentielle Darstellung des physikalischen gaußschen Satzes.</u>

* Das ist die 1. Feldgleichung der Elektrostatik.
Die 2. kommt direkt aus der Tatsache, daß $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$

Also $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0}$

(<u>Bemerkung</u>: Ich erinnere euch, daß $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\varphi) = 0$ für alle φ)

(<u>Bemerkung (II)</u>: Für zeitlich veränderliche electromagnetische Felder werden wir später in dieser Vorlesungsreihe sehen, daß diese Gleichung modifiziert wird.)

* Aus dem stokeschen Satz (S. 9):

$$\underbrace{\oint_{C} \vec{E}\cdot d\vec{r}}_{\substack{\text{Zirkulation des}\\ \text{E-Feldes längs}\\ \text{eines beliebigen geschlossenen Weges}}} = \int_S (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{\sigma} = 0$$

* Die Gleichungen

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\vec{r}) \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} &= 0 \end{aligned}}$$

sind die <u>Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik</u>

* Mit der Idee des skalaren Potentials können wir beide Gleichungen kombinieren

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi \longrightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \vec{\nabla}(-\vec{\nabla}\varphi) = \rho(\vec{r})/\varepsilon_0$$

Also $$\boxed{\nabla^2 \varphi(\vec{r}) = -\rho(\vec{r})/\varepsilon_0} \longrightarrow$$ Poisson-gleichung

- Diese gleichung ist die fundamentelle Gleichung der Elektrostatik.
- Wenn für alle $\vec{r}'$, $\rho(\vec{r}')$ bekannt ist, dann aus S. 18 wissen wir, daß $\varphi(\vec{r}) = \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}'|}$

Es ist einfach zu sehen, daß

$$\nabla_r^2 \varphi(\vec{r}) = \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0} \left(\nabla_r^2 \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) = -\frac{1}{\varepsilon_0} \int d^3r' \rho(\vec{r}') \delta(\vec{r}-\vec{r}') = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

also $\varphi(\vec{r})$ erfüllt die Poisson-gleichung.

- Leider ist typischerweise das leben komplizierter!
$\rho(\vec{r})$ ist in einem endlichen Volumen V gegeben und die Werte für $\varphi(\vec{r})$ (oder für die Ableitungen um $\varphi(\vec{r})$) auf S(V) sind bekannt. Man sucht dann nach dem Potential für all $\vec{r} \in V$.

Dies sind die typische Randwertprobleme der Elektrostatik.

Wir werden später Beispiele sehen.

* In ladungsfreien Räume: $\rho(\vec{r}) = 0$ und

$$\boxed{\nabla^2 \varphi(\vec{r}) = 0}$$

$\hookrightarrow$ Das ist die sogennante Laplace-gleichungen.