* Erzeugung elektromagnetischer Wellen

* Bisher haben wir nur die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen betrachtet. Wir werden nun die Erzeugung von EM-Wellen studieren. Diese wird durch zeitabhängige Ladungs- und Stromverteilung bewirkt, und deswegen müssen wir nun die inhomogene Maxwell-Gleichungen lösen.

* In der Lorentz-Eichung (S. 97) haben wir (homogenes isotropes Medium)

$$\Box \vec{A}(\vec{r},t) = -\mu_r \mu_0 \vec{j}(\vec{r},t)$$

$$\Box \varphi(\vec{r},t) = -\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \rho(\vec{r},t)$$

(wir benutzen, wie auf S. 98, die Definition $\Box \equiv \nabla^2 - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$)

(Die Lösungen müssen die Lorentz-Eichung $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi = 0$ erfüllen)

* Diese inhomogene Gleichungen können mit Hilfe der entsprechenden Greensche Funktionen gelöst werden.

(Bemerkung: Ähnlicherweise wie in unserer Diskussion der Poisson-Gleichung auf S. 45)

Wir werden diese Rechnung hier nicht machen. Am wichtigsten aber ist die physikalische Bedeutung der Lösungen:

$$\boxed{\begin{aligned} \varphi(\vec{r},t) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int d^3r' \, \frac{\rho(\vec{r}',t_{ret})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \\ \vec{A}(\vec{r},t) &= \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int d^3r' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}',t_{ret})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \end{aligned}}$$

Retardierte Potentialen

$$t_{ret} \equiv t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{u}$$

↑ retardierte Zeit

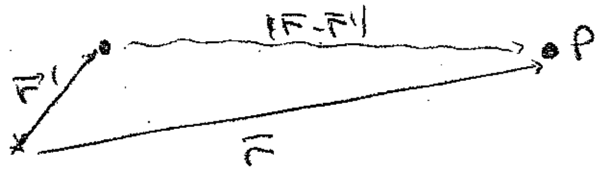
(Bemerkung: die sind die spezielle Lösungen. Die allgemeine Lösungen einer inhomogenen Differentialgleichung sind immer der Form homogene Lösung + spezielle Lösung. Die homogene Lösung sind die Lösungen von $\Box\Psi = 0$, und die haben wir schon gesehen).

(Bemerkung (II): Man kann zeigen, dass diese Lösungen die Lorentz-Eichung erfüllen)

* Wo kommt physikalisch diese retardierte Zeit her?

Ganz einfach, wegen der Kausalität. Das Signal, das zur Zeit t am Ort $\vec{r}$ beobachtet wird, ist bedingt durch eine Störung bei $\vec{r}\,'$ in der Entfernung $|\vec{r}-\vec{r}\,'|$ vom Beobachtungsort, die zur früheren, zur retardierten Zeit t_{ret} gewirkt hat.

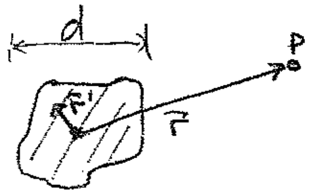
$\frac{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}{u}$ = die Zeit, die das Signal benötigt hat, um von $\vec{r}\,'$ nach $\vec{r}$ zu gelangen.



* Wir sehen, daß die retardierte Potentiale eine schon bekannte Form haben, und zwar aus der Elektrostatik (Definition von φ auf S. 18) und aus der Magnetostatik (Definition von $\vec{A}$ auf S. 78). Die Differenz liegt natürlich auf der retardierten Zeitabhängigkeit.

Zeitlich oszillierende Quellen

* Wir betrachten ein zeitlich oszillierendes System von Ladungen und Strömen in einem abgeschlossenen Raumbereich (mit typischer Größe d). Wir sind interessiert an den Felder für $\vec{r}$ ausserhalb des Bereiches. (ausserhalb $\rho = \vec{J} = 0$).



Für das zeitlich oszillierendes System können wir Fourier-transformieren

$$\rho(\vec{r},t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega\, \rho_\omega(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$$

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega\, \vec{J}_\omega(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$$

* Da die Maxwell-Gleichungen linear sind, dann können wir jede Fourier Komponente unabhängig betrachten. Nehmen wir also $\rho(\vec{r},t) = \rho(\vec{r})e^{-i\omega t}$

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \vec{J}(\vec{r})e^{-i\omega t}$$

* Also die retardierte Lösung für $\vec{A}$ ist der Form:

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}', t_{ret})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \underset{\swarrow}{=} \quad t_{ret} = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{u}$$

$$= \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} e^{-i\omega t} e^{i\frac{\omega}{u}|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$= \left[\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}\right] e^{-i\omega t}$$

$$\equiv \vec{A}(\vec{r})e^{-i\omega t}$$

(Bemerkung: da $k = \frac{\omega}{u}$, $\vec{A}(\vec{r})$ ist auch eine Funktion von ω)

Also, das elektromagnetische Potential oszilliert mit derselben Frequenz wie die Quelle.

* Da $\vec{r}$ ausserhalb des Bereiches der Ladungen und Ströme liegt, dann $\rho = \vec{J} = 0$ da, und damit ~~sind~~ dort die homogene Maxwell-Gleichung gültig. Also $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \dot{\vec{D}} = \varepsilon_0\varepsilon_r\dot{\vec{E}}$

$$\underset{\frac{1}{\mu_0\mu_r}(\vec{\nabla}\times\vec{B})}{\vec{\nabla}\times\vec{H}}$$ ← homogenes isotropes Medium

Damit

$$\dot{\vec{E}} = u^2\vec{\nabla}\times\vec{B} = u^2\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r},t)) = u^2 e^{-i\omega t}\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r}))$$

Also wenn wir $\vec{A}(\vec{r})$ kennen, kennen wir $\vec{B}$ aber auch $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t) = i\,\frac{u^2}{\omega}e^{-i\omega t}\,\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r}))}$$

(Bemerkung: wir brauchen $\rho(\vec{r},t)$ nicht gesondert zu bestimmen)

* Die Formel für $\vec{A}(\vec{r})$ ist im Allgemeinen nicht direkt integrierbar, aber man kann nützliche Approximationen benutzen, die für physikalisch bedeutenden Fällen nützlich sind. (142)

Wir werden hier nur die sogenannte <u>Strahlungszone</u> studieren. Wir studieren das Feld weit entfernt von der Quelle, solch dass $d \ll r \ll \lambda$ (d war die typische größe des Quellenbereiches auf S. (140))

* Damit ist $|\vec{r}'| \ll |\vec{r}|$, $k|\vec{r}'| \ll 1$, $k|\vec{r}| \gg 1$

Also $|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{r^2+r'^2-2\vec{r}\cdot\vec{r}'} \simeq r\left[1-\frac{\vec{r}\cdot\vec{r}'}{r^2}\right]$

$$e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|} \simeq$$ Sei $\vec{n} = \vec{r}/r$

$$\simeq e^{ikr}\, e^{-i\vec{n}\cdot(k\vec{r}')} \simeq$$ aber $k|\vec{r}'| \ll 1$ (nicht verschwindeten)

$$\simeq e^{ikr}$$ bis zum 1. Ordnung

Also $$\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \simeq \frac{e^{ikr}}{r}$$

Und damit

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}) \simeq \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}\int d^3r'\,\vec{J}(\vec{r}')}$$

Das ist die sogenannte <u>elektrische Dipolstrahlung</u> (Wir werden sofort sehen warum.)

* Auf S. (80) haben wir gesehen, daß für stationäre Stromdichten (Magnetostatik) $\int d^3r'\,\vec{J}(\vec{r}') = 0$ (und damit gab es keine magnetische Monopolen). Das gilt hier nicht mehr.

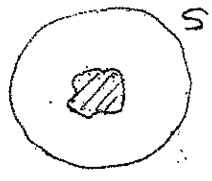
Quellen wir es. Erstmals:

$$\vec{\nabla}(x_i'\vec{J}) = x_i'\,\vec{\nabla}\vec{J} + \underbrace{\vec{J}\cdot\vec{\nabla}x_i'}_{j_i} \Rightarrow j_i = \vec{\nabla}(x_i'\vec{J}) - x_i'\,\vec{\nabla}\vec{J}$$

Also $\int j_i(\vec{r}\,')\, d^3r' = \int d^3r'\, \vec{\nabla}(x_i'\vec{j}) - \int d^3r'\, x_i'(\vec{\nabla}\cdot\vec{j})$

$$\int d^3r'\, \vec{\nabla}(x_i'\vec{j}) = \int_S d\vec{f}\,(x_i'\vec{j}) = 0$$

$\longleftarrow$ Für eine Fläche S die das $(\vec{j}\neq 0)$-Bereich umschließt.



· Also

Kontinuitätsgleichung $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\partial\rho/\partial t$

$$\int \vec{j}(\vec{r}\,')d^3r' = -\int d^3r'\, \vec{r}\,'(\vec{\nabla}\cdot\vec{j}) = +\int d^3r'\, \vec{r}\,' \frac{\partial\rho(\vec{r}\,',t)}{\partial t} \stackrel{\rho(\vec{r}\,',t)=\rho(\vec{r}\,')e^{i\omega t}}{=} -i\omega \underbrace{\int d^3r'\, \vec{r}\,'\rho(\vec{r}\,')}_{\text{Elektrische Dipolmoment } \vec{p}}$$

(sieh S. 32)

(Bemerkung: für eine stationäre Strom, dann $\omega=0$, und damit $\int \vec{j}(\vec{r}\,')d^3r' = 0$, wie wir ~~für~~ die Magnetostatik gesehen haben)

Also $$\boxed{\vec{A}(\vec{r}) \simeq -i\omega \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\vec{p}\,\frac{e^{ikr}}{r}}$$

Deswegen heißt dies $\vec{A}$-Feld die elektrische Dipolstrahlung.

· Aus $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r})$ und $\vec{E}(\vec{r}) = i\frac{u^2}{\omega^2}\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r}))$ (S. 141)

finden wir (ohne Rechnungen):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}u k^2 \frac{e^{ikr}}{r}\left(1-\frac{1}{ikr}\right)(\vec{n}\times\vec{p}) \stackrel{kr\gg 1}{\simeq} \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}u k^2 \frac{e^{ikr}}{r}(\vec{n}\times\vec{p})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{e^{ikr}}{r}\left\{k^2[(\vec{n}\times\vec{p})\times\vec{n}] + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{r}-ik\right)[3\vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{p})-\vec{p}]\right\}$$

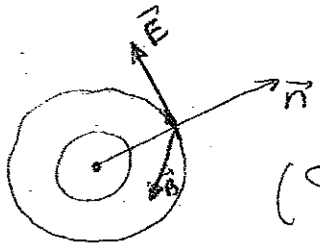
$$\stackrel{kr\gg 1}{\simeq} u\,[\vec{B}(\vec{r})\times\vec{n}]$$

Also für die Strahlungszone bekommen wir

$$\vec{E} = \left[\frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi}\,\omega^2\,[(\vec{n}\times\vec{p})\times\vec{n}]\right]\frac{e^{ikr}}{r} \equiv \vec{E}_0\,\frac{e^{ikr}}{r}$$

und $\vec{E}, \vec{B}, \vec{n}$ bilden lokal ein orthogonales System.

Also $\vec{E}(\vec{r},t) \simeq \vec{E}_0\,\dfrac{e^{i(kr-\omega t)}}{r}$



also <u>eine Kugelwelle</u> (S. 128). (Sieh S. 144')

---

* Es ist interessant zu sehen wie ist die Energiestromdichte also der <u>Poynting-Vektor</u>, und die Energiedichte des EM-Feldes.

Auf S. 100 haben wir die Energiedichte

$$w(\vec{r},t) = \frac{1}{2}(\vec{H}\cdot\vec{B} + \vec{E}\cdot\vec{D})$$

definiert. Jetzt müssen wir ein bisschen aufpassen. Wir haben $\vec{E}$ und $\vec{B}$ in einer komplexen Form geschrieben, aber wir haben gesagt dass nur der Realteil physikalisch bedeutend ist.

also z.B. in der Stromdichte

Komplex

$\vec{E}\cdot\vec{D}$ heißt eigentlich $\mathrm{Re}(\vec{E})\cdot\mathrm{Re}(\vec{D}) =$

$$= \frac{1}{2}(\vec{E}+\vec{E}^*)\cdot\frac{1}{2}(\vec{D}+\vec{D}^*) = \frac{1}{4}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{E}\cdot\vec{D}^* + \vec{E}^*\vec{D} + \vec{E}^*\vec{D}^*)$$

$$= \frac{1}{4}\Big[\vec{E}(\vec{r})\cdot\vec{D}(\vec{r})\,e^{-i2\omega t} + \underbrace{\vec{E}(\vec{r})\cdot\vec{D}^*(\vec{r}) + \vec{E}^*(\vec{r})\cdot\vec{D}(\vec{r})}_{2\mathrm{Re}(\vec{E}\cdot\vec{D}^*)} + \vec{E}^*(\vec{r})\cdot\vec{D}^*(\vec{r})\,e^{2i\omega t}\Big]$$

wenn wir ein Zeitmittel über eine Periode $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ machen,

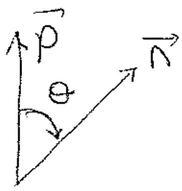
dann $\displaystyle\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau} e^{\pm 2i\omega t'}\,dt' = 0$

Komplex

Also die zeitgemittelte Werte $\overline{(\vec{E}\cdot\vec{D})} \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}(\vec{r})\cdot\vec{D}^*(\vec{r})\right]$

$$\vec{E}_0 = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \omega^2 \left[(\vec{n} \times \vec{p}) \times \vec{n} \right]$$

Set $\vec{p} = p\, \vec{e}_z$ und $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$



$$(\vec{n} \times \vec{p}) \times \vec{n} = p \sin\theta \left[\cos\theta\cos\phi, \cos\theta\sin\phi, -\sin\theta \right]$$

Also $$|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_0|^2 \frac{1}{r^2} = \left[\frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \omega^2 \right]^2 \frac{p^2 \sin^2\theta}{r^2}$$

* Also $\overline{w}(\vec r) = \frac{1}{4}\,\mathrm{Re}\left(\vec H(\vec r)\cdot\vec B^*(\vec r) + \vec E(\vec r)\cdot\vec D^*(\vec r)\right)$

Ähnlicherweise, der Poyntingvektor (S. 100)

$$\vec S(\vec r,t) = \vec E(\vec r,t)\times\vec H(\vec r,t) \longrightarrow \overline{\vec S}(\vec r) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec E(\vec r)\times\vec H^*(\vec r)\right]$$

Für homogene isotrope Media

$$\overline{w}(\vec r) = \frac{1}{4}\,\mathrm{Re}\left\{(\mu_0\mu_r)^{-1}|B(\vec r)|^2 + \varepsilon_0\varepsilon_r|E(\vec r)|^2\right\} \overset{\downarrow}{=} \frac{|\vec E(\vec r)|^2}{2\mu_0\mu_r u^2}$$

~~Und~~

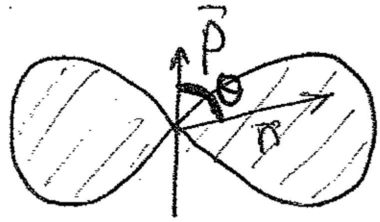
$$\overline{\vec S}(\vec r) = \frac{1}{2\mu_0\mu_r}\mathrm{Re}\left[\vec E(\vec r)\times\vec B(\vec r)^*\right] = \frac{u}{2\mu_0\mu_r}\mathrm{Re}\left[\left[\vec B(\vec r)\times\vec n\right]\times\vec B(\vec r)^*\right]$$

$$= \vec n\,\frac{u}{2\mu_0\mu_r}|\vec B(\vec r)|^2 = \vec n\,u\,\overline{w}(\vec r) = \vec n\,\frac{|\vec E(\vec r)|^2}{2\mu_0\mu_r u}$$

* Also $\boxed{\overline{\vec S}(\vec r) = \overset{\text{Konstante}}{S_0}\,\frac{\sin^2\theta}{r^2}\,\vec n}$

$\theta \equiv$ Winkel zwischen $\vec n$ und $\vec p$ (siehe S. 144)

Die Strahlung ist also anisotropisch ($\sin^2\theta$)



und die Intensität der Strahlung zerfällt wie $1/r^2$.

Also je weiter entfernt von der Dipolantenne desto schwächer das Signal. Logisch, oder?

(Bemerkung: Die Energie der Welle hängt also von $|\vec E|^2$ ab. $|\vec E|^2$ ist also mit der Intensität der Welle verknüpft.
($I \propto |\vec E|^2$ außer einer Konstante)

* Liénard-Wiechert-Potenziale

* Eine spezielle Anwendung der retardierten Potenziale entspricht eine Ladung q, die sich längs der Bahn $\vec{R}(t)$ mit der Geschwindigkeit $\vec{V}(t)$ bewegt.

Ladungsdichte $\rightarrow \rho(\vec{r},t) = q\,\delta(\vec{r}-\vec{R}(t))$

Stromdichte $\rightarrow \vec{j}(\vec{r},t) = q\,\vec{V}(t)\,\delta(\vec{r}-\vec{R}(t))$

Also die retardierte Potenziale sind

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int \frac{d^3r'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,\vec{j}\Big(\vec{r}',\underbrace{t-\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{u}}_{t_{ret}}\Big) = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\,q\int dt'\,\vec{V}(t')\,\frac{\delta\left[\frac{1}{u}|\vec{r}-\vec{R}(t')|-t+t'\right]}{|\vec{r}-\vec{R}(t')|}$$

Ohne weitere Rechnungen)

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0\mu_r q\,\vec{V}(t_{ret})}{4\pi\left[|\vec{r}-\vec{R}(t_{ret})| - \frac{1}{u}(\vec{r}-\vec{R}(t_{ret}))\cdot\vec{V}(t_{ret})\right]}}$$

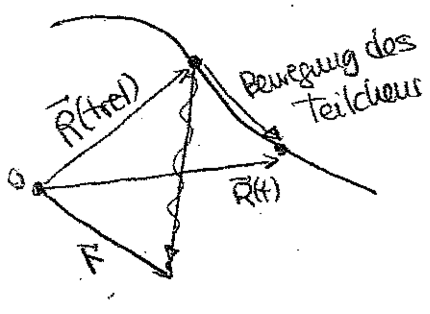
Liénard-Wiechert Potenziale

Ähnlicherweise kann man $\varphi(\vec{r},t)$ bestimmen:

$$\boxed{\rho(\vec{r},t) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\left[|\vec{r}-\vec{R}(t_{ret})| - \frac{1}{u}(\vec{r}-\vec{R}(t_{ret}))\cdot\vec{V}(t_{ret})\right]}}$$

wobei die retardierte Zeit t_{ret} wird durch die folgende Gleichung bestimmt

$$\boxed{t_{ret}(\vec{r},t) = t - \frac{1}{u}|\vec{r}-\vec{R}(t_{ret})|}$$



• Was heißt das physikalisch? Gucken wir die Abbildung. Wir detektieren die Strahlung in $\vec{r}$ in der Zeit t. Wo kommt diese Strahlung her? Andersgesagt, wo war die Punktladung als die Strahlung erzeugt wurde? Wir müssen "rückwärts" in der Zeit, und zwar beide die Ausbreitung der Strahlung und die Bewegung des Teilchens. Das ergibt die Definition von $t_{ret}(\vec{r},t)$.

* Sei $\vec{D}_{ret}(\vec{r},t) = \vec{r} - \vec{R}(t_{ret}) \Rightarrow$ retardierter Abstandsvektor

$\vec{n}_{ret}(\vec{r},t) = \dfrac{\vec{D}_{ret}(\vec{r},t)}{|\vec{D}_{ret}(\vec{r},t)|} \Rightarrow$ Einheitsvektor in Richtung des retardierten Abstandsvector

$K_{ret}(\vec{r},t) = 1 - \dfrac{1}{u}\vec{n}_{ret}\cdot\vec{V}(t_{ret})$

Dann

$$\boxed{\begin{aligned}\varphi(\vec{r},t) &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\,\frac{1}{D_{ret}(\vec{r},t)\,K_{ret}(\vec{r},t)}\\ \vec{A}(\vec{r},t) &= \frac{\mu_0\mu_r q}{4\pi}\,\frac{\vec{V}(t_{ret})}{D_{ret}(\vec{r},t)\,K_{ret}(\vec{r},t)}\end{aligned}}$$

Wir können nun $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \dot{\vec{A}}$ und $\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$ rechnen.

Ohne weitere Rechnungen:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\,\frac{1}{K_{ret}^3(\vec{r},t)}\left[\frac{(\vec{n}_{ret}(\vec{r},t) - \vec{\beta}(t_{ret}))\,(1-|\vec{\beta}(t_{ret})|^2)}{|\vec{D}_{ret}(\vec{r},t)|^2} + \frac{\vec{n}_{ret}(\vec{r},t)\times\left[(\vec{n}_{ret}(\vec{r},t)-\vec{\beta}(t_{ret}))\times\left(\frac{\vec{a}(t_{ret})}{u}\right)\right]}{u\,|D_{ret}(\vec{r},t)|}\right]}$$

wobei $\vec{\beta}(t_{ret}) \equiv \dfrac{\vec{V}(t_{ret})}{u}$

$\vec{a}(t_{ret}) \longrightarrow$ Beschleunigung

und $$\boxed{\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{u}\left[\vec{n}_{ret}(\vec{r},t)\times\vec{E}(\vec{r},t)\right]}$$

Also in $\vec{E}$ und $\vec{B}$ gibt es 2 Gliedern

* Beschleunigungsunabhängig $\longrightarrow$ zerfallen wie $1/r^2$
* Beschleunigungsabhängig $\longrightarrow$ zerfallen wie $1/r$

* Wir sind hier an der Energieabstrahlung interessiert, also am Poynting-Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \vec{E} \times \vec{B}$$

Die Energiestrahlung durch eine Fläche ist (S. 101) $\oint \vec{S} \cdot d\vec{f}$. Wenn die Fläche zu ∞ geht, geht die Fläche wie r^2. Also alle Gliedern von $\vec{S}$ die schneller als $1/r^2$ zerfallen tragen zur Energiestrahlung nicht bei. Also nur die beschleunigungs-abhängige Gliedern sind hier wichtig.

Also $$\boxed{\vec{S} = \frac{q^2 \vec{n}_{ret}}{16\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r u} \frac{\left[\vec{n}_{ret} \times \left[(\vec{n}_{ret} - \vec{\beta}_{ret}) \times (\vec{a}_{ret}/u)\right]\right]^2}{\kappa_{ret}^6 |\vec{D}_{ret}|^2}}$$

* Der entscheidende Punkt ist hier, dass nur beschleunigte Teilchen ($\vec{a} \neq 0$) Energie abstrahlen (Die Energieströmung hat die Richtung von $\vec{n}_{ret}$.)

· Das war irgendwie zu erwarten. Wenn q sich mit einer konstante Geschwindigkeit bewegt, dann können wir das Problem als Elektrostatik verstehen (und zwar im Ruhesystem der Ladung) (sieh Diskussion auf S. 92).

* Die Tatsache, dass beschleunigte Teilchen Energie abstrahlen, ist extrem wichtig. z.B. in einem Teilchenbeschleuniger (wie im CERN) hat man Elektronen die sich in Kreisen bewegen. Diese Bewegung ist natürlich nicht uniform, sondern beschleunigt, und daher erzeugen die Elektronen eine Strahlung (so genannte Synchrotronstrahlung) und verlieren damit Energie (die korrigiert sein muss).

· Bemerkung: Diese Strahlung spielt auch eine entscheidende Rolle in den späteren Überlegungen von Bohr über das Atom-Modell. Das spielt eine fundamentelle Rolle in der Entstehung der Quantenmechanik!

* Auch wichtig ist die Idee von Bremsstrahlung.
Geladene Teilchen werden gebremst, und Strahlung wird verursacht. Das ist die Idee z.B. von Röntgenröhren, die zur Erzeugung von Röntgenstrahlung verwendet werden.
(Bemerkung: Elektronen werden auf eine Metallplatte geschossen.)