

[H7] Gestörtes Keplerproblem

3 Punkte

Zeigen Sie, dass sich die Bahngleichung eines Teilchens der Masse m im gestörten Keplerpotential

$$V(r) = -\frac{\gamma}{r} + \frac{c}{2r^2}$$

auf die Form

$$r(\varphi) = \frac{A}{1 + B \cos(\alpha\varphi)}$$

bringen lässt.

- a) Bestimmen Sie die Konstanten A , B und α .

Hinweis: Folgen Sie den Berechnungen wie auf Seite 33 des Skripts, also für $\varphi = 0$ ist der Planet im Perihel. Der Perihel ist bei der Planetenbewegung der sonnennächste Punkt (r minimal).

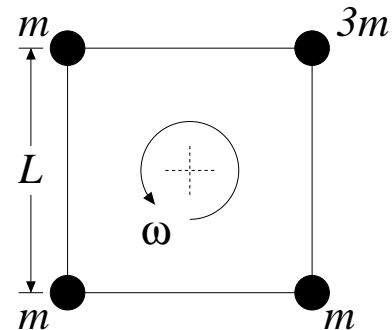
Für $\alpha = 1$ ist die Bahn bekanntlich eine Ellipse, hingegen für $\alpha \neq 1$ eine präzessierende Ellipse.

- b) Bestimmen Sie näherungsweise die Perihelverschiebung pro Umlauf wenn $mc/L^2 \ll 1$, also den Perihel nach einer Drehung. L ist der Drehimpuls und m ist die Planetenmasse.

[H8] Massenviereck

4 Punkte

Drei Massen m und eine Masse $3m$ seien mit masselosen Stangen verbunden, so dass sie in den Ecken eines Quadrates der Kantenlänge L sitzen (siehe Abbildung). Dieses Objekt drehe sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die senkrecht zur Quadratfläche stehende Achse durch den Quadratmittelpunkt.



- a) Berechnen Sie den Trägheitstensor im Schwerpunkt. Welches sind die Hauptträgheitsachsen?
- b) Berechnen Sie den Drehimpuls für die Rotation um den Quadratmittelpunkt unter Verwendung des Steinerschen Satzes.
- c) Zeigen Sie, dass der Drehimpuls des Schwerpunktes plus innerem Drehimpuls gleich dem Gesamtdrehimpuls ist.
- d) Berechnen Sie die kinetische Energie des Schwerpunktes und der inneren Rotation um den Schwerpunkt und verifizieren Sie, dass deren Summe gleich der Summe der kinetischen Energien der einzelnen Massen ist.

Bitte wenden

[H9] Trägheitsmoment eines Zylinders**3 Punkte**

Betrachten Sie einen homogenen Zylinder der Dichte ρ_0 . Der Zylinder hat einen Radius R und eine Länge L . Die Achse des Zylinders sei entlang der z -Richtung.

- a) Nehmen Sie an, dass man den Zylinder um die z -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Wie groß ist die kinetische Energie (T_z)?
- b) Nehmen Sie nun an, dass man den Zylinder um die durch den Massenschwerpunkt verlaufende x -Achse rotiert. Wie groß ist die kinetische Energie (T_x)?
- c) Berechnen Sie das Verhältnis L/R bei dem $T_x > T_z$.

Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Matrikelnummer und Studiengang an!

Abgabe der Ausarbeitungen der Hausübungen ist Dienstags VOR der Vorlesung, d.h. bis 08:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!