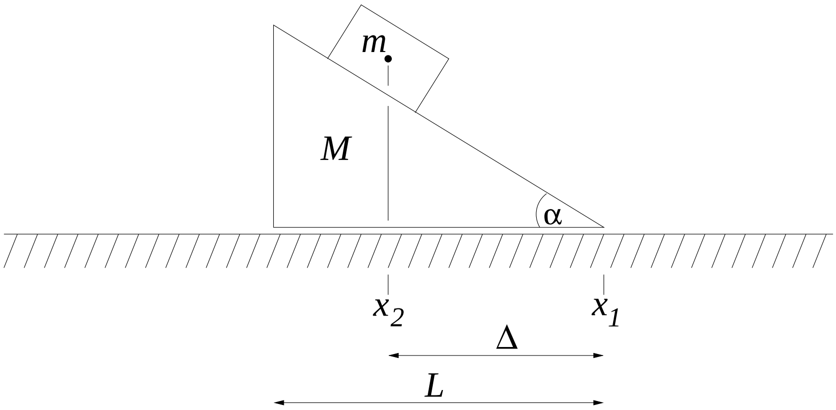
Klassische Teilchen und Felder

Hausübung, Blatt 05 **WS 08/09 Abgabetermin: 18.11.2008**

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Garu Gebreyesus & Tobias Wirth

[H13] Keil-Würfel-Kombination **4 Punkte**

Betrachten Sie einen Keil der Masse M und einen auf dem Keil platzierten Würfel der Masse m. Der Keil kann sich auf der Horizontalen reibungsfrei bewegen. Der Würfel kann sich auf dem Keil ebenfalls reibungsfrei bewegen. Das Problem kann in zwei Dimensionen betrachtet werden.



a) Bestimmen Sie kinetische Energie, potentielle Energie und die Lagrange Funktion, als Funktion von x_1 und Δ (siehe Abbildung).

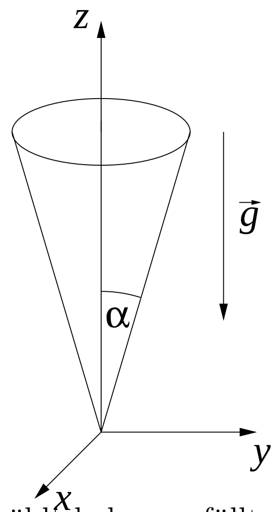
b) Bestimmen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für x_1 und Δ und berechnen Sie $\Delta(t)$ und $x_1(t)$ für die Anfangsbedingungen $x_1(0) = L$, $\dot{x}_1(0) = v_0 > 0$, $\dot{\Delta}(0) = 0$ und $\Delta(0) = \gamma L$ (mit $\gamma < 1$).

c) Für t_f sei $\Delta(t_f) = 0$. Bestimmen Sie $x_1(t_f)$. Für welche Werte von v_0 ist $\dot{x}_1(t_f) < 0$?

d) Betrachten Sie die Ergebnisse für die Grenzfälle $m \ll M$ und $m \gg M$.

[H14] Masse im Kegel **3 Punkte**

Eine Punktmasse m bewegt sich reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels (mit Öffnungswinkel α) im Schwerefeld der Erde (siehe Abbildung).



a) Formulieren Sie die Zwangsbedingung.

b) Wählen Sie passende generalisierte Koordinaten.

c) Geben Sie die Lagrange Funktion an.

d) Bestimmen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für die zwei generalisierten Koordinaten. (Sie brauchen diese nicht zu lösen.)

Hinweis: Wenn Sie die generalisierten Koordinaten richtig gewählt haben, erfüllt eine von ihnen $\frac{\partial L}{\partial q} = 0$, also $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} =$ konst.

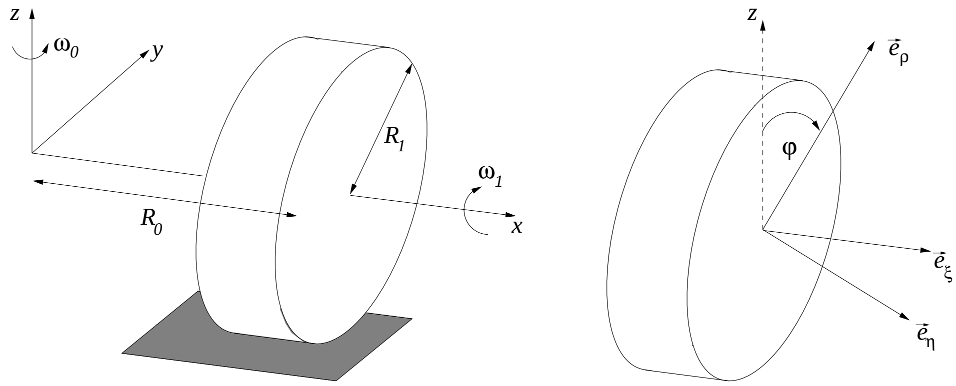
Bitte wenden

[H15] Kollermühle **3 Punkte**

Betrachten Sie die Abrollbewegung eines Rades in einer Kollermühle, die sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_0 dreht (siehe Abbildung).

Die Abrollbedingung bedeutet hier, dass in einer infinitesimalen Zeit Δt der Mittelpunkt des Mühlsteins die gleiche Länge zurücklegt wie ein Punkt auf seinem Umfang. D.h. für infinitesimale Zeiten ist $\Delta\ell = \Delta\ell'$, wobei das Rad um die Länge $\Delta\ell$ rotiert und die Mühle um die Länge $\Delta\ell'$.

Seien $\vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta$ und $\vec{e}_\rho$ die Hauptträgheitsachsen des Rades.



a) Zeigen Sie, dass die gesamte Winkelgeschwindigkeit durch

$$\vec{\omega} = \omega_0 \left[\frac{-R_0}{R_1}\,\vec{e}_\xi - \sin\varphi\,\vec{e}_\eta + \cos\varphi\,\vec{e}_\rho \right]$$

gegeben ist.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Eulerschen Gleichungen das Drehmoment $\vec{M}$, das man benötigt, um diese Bewegung (mit ω_0 konstant) zu erhalten.

Hinweis: Das Ergebnis ist $\vec{M} = -\frac{M}{2} R_0 R_1 \omega_0^2 \vec{e}_y$, wobei M die Masse des Rades ist.

Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Gruppe, Matrikelnummer, und Studiengang an!

Abgabe der Ausarbeitungen der Hausübungen ist Dienstags VOR der Vorlesung, d.h. bis 08:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!

Meldungszeitraum für Bachelorstudiengang beachten!