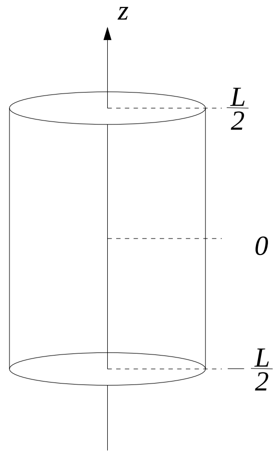
Klassische Teilchen und Felder

Hausübung, Blatt 08 **WS 08/09** **Abgabetermin: 09.12.2008**

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Garu Gebreyesus & Tobias Wirth

[H22] geladener Zylinder **3+1+3 Punkte**

Gegeben ist ein Zylinder mit Länge L und Radius R. Der Zylinder hat eine homogene Ladungsverteilung $\rho_0 > 0$.



a) Bestimmen Sie das skalare Potential entlang der z-Achse, also $\varphi(\vec{r})$ mit $\vec{r} = (0, 0, z)$ für die Bereiche $z > L/2$ und $z < L/2$.
Hinweis: Sie werden wahrscheinlich das folgende Integral benötigen:
$\int ds\sqrt{1+s^2} = \frac{1}{2}\left(s\sqrt{1+s^2} + \operatorname{arcsinh}(s)\right)$.

b) Sei $R = L/2$ und $\tilde{z} \equiv 2z/L$. Zeigen Sie dass,

$$\varphi(\tilde{z}) = \frac{\pi\rho_0 R^2}{4\pi\epsilon_0}\left\{(\tilde{z}+1)\left[(1+(\tilde{z}+1)^2)^{1/2} - (\tilde{z}+1)\right] + \operatorname{arcsinh}(\tilde{z}+1)\right.$$
$$\left. -(\tilde{z}-1)\left[(1+(\tilde{z}-1)^2)^{1/2} \mp (\tilde{z}-1)\right] - \operatorname{arcsinh}(\tilde{z}-1)\right\}$$

wobei $-$ für $\tilde{z} > 1$ und $+$ für $0 < \tilde{z} < 1$ gilt.
Zeichnen Sie $\varphi(\tilde{z})$. Ist die Funktion und deren Ableitung überall stetig?
Hinweis: Aus Symmetriegründen gilt $\varphi(z) = \varphi(-z)$

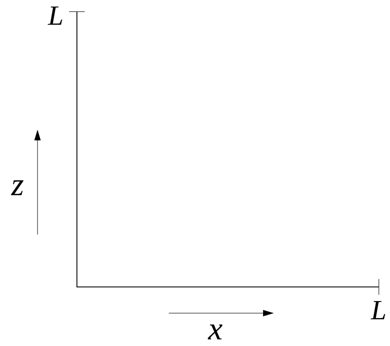
c) Wir bleiben bei $R = L/2$. Ein geladenes Teilchen mit Masse m und Ladung $q < 0$ bewegt sich durch eine sehr schmale Röhre durch den Zylinder entlang der z-Achse (die Radiale Ausdehnung der Röhre ist vernachlässigbar). Vernachlässigen Sie auch die Schwerkraft. Das Teilchen ist in der Nähe der Mitte des Zylinders ($|z| \ll L/2$). Bestimmen Sie $z(t)$ für alle $t > 0$, wenn $z(0) = z_0 \ll L/2$ und $\dot{z}(0) = 0$.
Hinweis: Wahrscheinlich brauchen Sie
$\operatorname{arcsinh}(1+x) \approx \operatorname{arcsinh}(1) + \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{x^2}{4\sqrt{2}} + \ldots$
Hinweis: Die richtige Lösung ist

$$z = z_0\cos(\Omega t) \quad \text{mit} \quad \Omega^2 = \frac{\rho_0|q|}{4\pi\epsilon_0 m}\cdot 4\pi\left(1 + \frac{1}{4\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{8}\right)$$

Bitte wenden

[H23] Ladungslinie **3 Punkte**

Gegeben ist eine Ladungsverteilung wie in der Abbildung.



Die Abbildung zeigt eine Ladungslinie (mit konstanter Ladungsdichte pro Länge , $\lambda > 0$). Ladungslinien haben eine vernachlässigbare radiale Ausdehnung.

Die Ladungslinie erstreckt sich von $(0, 0, L)$ nach $(0, 0, 0)$ und weiter nach $(L, 0, 0)$ (siehe Abbildung).

Bestimmen Sie das skalare Potential dieser Ladungsverteilung für alle $\vec{r}$.

Hinweis: Die Ladungsichte einer Ladungslinie $(0, 0, 0) \to (0, 0, L)$

$$\text{ist z.B.} \begin{cases} \lambda\delta^{(2)}(\vec{\rho}) & \text{für } 0 < z < L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Gruppe, Matrikelnummer, und Studiengang an!

Abgabe der Ausarbeitungen der Hausübungen ist Dienstags VOR der Vorlesung, d.h. bis 08:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!