

# Klassische Teilchen und Felder

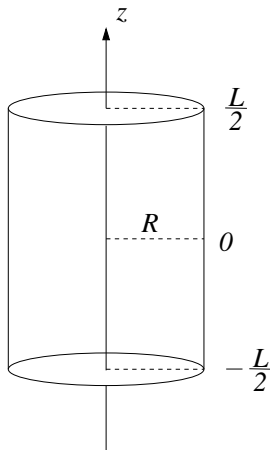
Hausübung, Blatt 09

WS 08/09 Abgabetermin: 16.12.2008

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Garu Gebreyesus & Tobias Wirth

[H24] Zylinder

2 Punkte



Gegeben ist ein Zylinder mit Länge  $L$  und Radius  $R$ .

Der Zylinder hat eine inhomogene Ladungsverteilung der Form

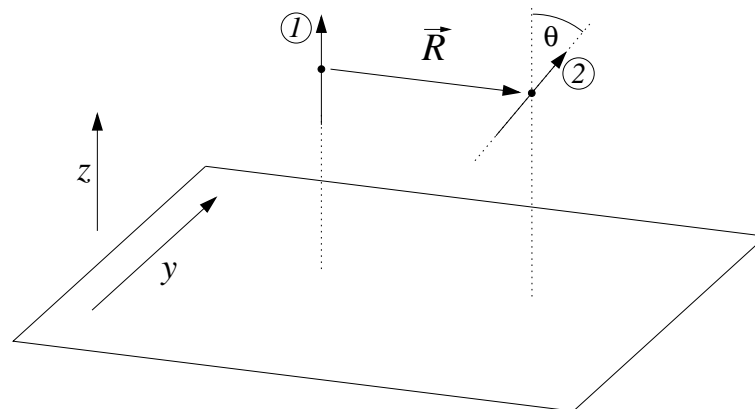
$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \frac{z}{L} .$$

Bestimmen Sie das Dipolmoment  $\vec{p}$  des Zylinders.

[H25] Dipole in Wechselwirkung

4 Punkte

Gegeben ist eine unendlich ausgedehnte Ebene mit Flächenladungsdichte  $\sigma > 0$ . Über der Fläche befinden sich 2 Dipole mit gleichem Betrag des Dipolmoments  $|\vec{p}|$ . Die Richtung des ersten Dipols ① ist immer  $\vec{p} = p\vec{e}_z$ , während der zweite Dipol ② sich prinzipiell frei ausrichten kann. Die Dipole haben einen Abstand  $R$  voneinander und die Position der Dipole bleibt fest (Abstandsvektor  $\vec{R} = R\vec{e}_x$ ).



Welche Orientierung  $\theta$  des Dipols ② minimiert die Energie des Dipol-Systems? Ist sie unabhängig von  $R$  immer gleich?

*Hinweis:* Sie müssen die Wechselwirkung zwischen den Dipolen und ebenfalls die potentielle Energie der Dipole im elektrischen Feld der Ebene berücksichtigen.

Bitte wenden

[H26] Zylinder-System

4 Punkte

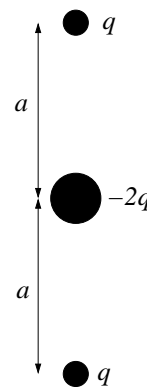
- a) Gegeben ist ein Zylinder wie in [H24], aber nun mit

$$\rho(z) = \rho_0 \left\{ 1 - \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{L}z\right) \right\} .$$

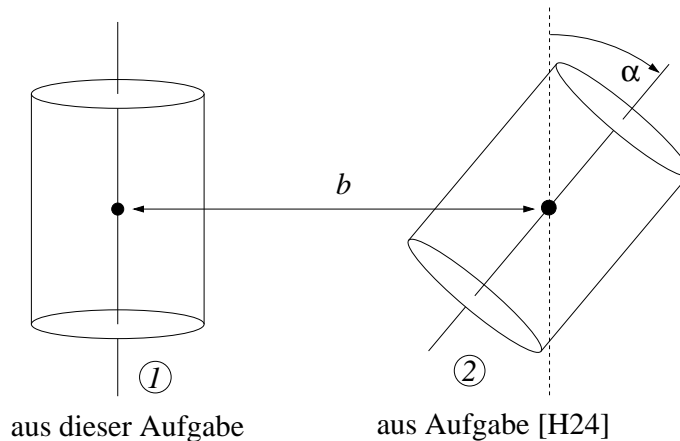
Zeigen Sie, dass dieser Zylinder äquivalent zu einem gestreckten Quadrupol ist.

Genauer: Er ist äquivalent zur rechts dargestellten Ladungsverteilung mit  $qa^2 = \pi R^2 \rho_0 L^3 \left(\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{12}\right)$ .

*Hinweis:*  $\int_0^{\pi/2} d\theta \theta^2 \cos \theta = \frac{\pi^2}{4} - 2$



- b) Der Zylinder dieser Aufgabe und der Zylinder aus [H24] befinden sich wie in der Abbildung dargestellt zueinander im Raum. Es gilt  $b \gg R, L$  und Zylinder ① bleibt fest. Zylinder ② darf den Winkel  $\alpha$  ändern.



Wie groß ist  $\alpha$  in der Konfiguration der minimalen Energie?

Zeigen Sie, dass die minimale Wechselwirkungsenergie gegeben ist durch

$$W_{\min} = \frac{-3qa^2}{4\pi\epsilon_0 b^4} P .$$

*Hinweis:* Benutzen Sie das Ergebnis aus der Präsenzübung [P17].

**Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Gruppe, Matrikelnummer, und Studiengang an!**

**Abgabe der Ausarbeitungen der Hausübungen ist Dienstags VOR der Vorlesung, d.h. bis 08:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!**