

Klassische Teilchen und Felder

Hausübung, Blatt 12

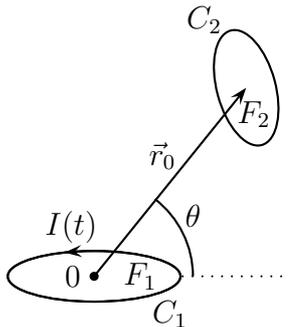
WS 08/09 Abgabetermin: 20.01.2009

Vorlesung: Luis Santos – Übungen: Garu Gebreyesus & Tobias Wirth

[H33] Leiterkreis

4 Punkte

Ein Leiterkreis C_1 auf der xy -Ebene mit geschlossener Fläche F_1 leitet einen zeitabhängigen Strom $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. Weit entfernt vom Leiterkreis C_1 gibt es noch einen kreisförmigen Draht C_2 mit geschlossener Fläche F_2 .



Das Zentrum des Leiterkreises C_1 liegt im Koordinatenursprung und der von C_2 bei \vec{r}_0 (siehe Abbildung). Der Kreis C_2 ist so orientiert, dass die potentielle Energie von C_2 im \vec{B} -Feld verursacht durch C_1 minimal ist. Bestimmen Sie die elektromotorische Kraft $\left(\oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}\right)$ auf C_2 , die der zeitabhängige Strom $I(t)$ verursacht.

[H34] inhomogene Maxwell-Gleichungen

2 Punkte

Gegeben sei das elektrische Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = (x^2 - y^2 + ctx, y^2 + cty, z^2 - y^2 + ctz)$$

- a) Bestimmen Sie das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (mit $\vec{B}(\vec{r}, 0) = 0$) sowie eine Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}, t)$ und eine Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$, so dass die Maxwell-Gleichungen im Vakuum erfüllt sind.
- b) Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung für ρ und \vec{j} erfüllt ist.

[H35] Eichungen

3 Punkte

- a) Zeigen Sie, dass das Vektor- und Skalar-Potential

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}, t) &= y^2 t (\vec{e}_x + \vec{e}_z) \\ \varphi(\vec{r}, t) &= -\frac{1}{3}(x^3 + y^3 + z^3) - \frac{ct}{2}(x^2 + y^2 + z^2) \end{aligned}$$

die Felder \vec{E} und \vec{B} aus [H34] ergeben.

- b) Zeigen Sie, dass \vec{A} die Coulomb-Eichung erfüllt.
- c) Führen Sie eine Eichtransformation $\left(\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\chi, \varphi' = \varphi - \dot{\chi}\right)$ durch. Zeigen Sie, dass χ die Gleichung

$$\nabla^2 \chi + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \frac{r^2}{2c}$$

erfüllen muss damit \vec{A}' und φ' die Lorentzeichung erfüllen.

Bitte wenden

[H36] Energiestromdichte

1 Punkte

Man betrachtet ein elektromagnetisches Feld im Vakuum. Zeigen Sie, dass der Betrag der Energiestromdichte (also $|\vec{S}|$, wobei \vec{S} der Poynting-Vektor ist) nicht größer als wc ist, wobei w die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes und c die Lichtgeschwindigkeit ist.

Bitte geben Sie auf jeder Ausarbeitung der Hausübungen ihren Namen, Gruppe, Matrikelnummer, und Studiengang an!

Abgabe der Ausarbeitungen der Hausübungen ist Dienstags VOR der Vorlesung, d.h. bis 08:15 Uhr. Eine spätere Abgabe ist nicht möglich!