

Ergänzung zur klassischen Physik:

Nichtlineare Dynamik und Chaos (WS 10/11)

Motivation

Probleme in 1D

Fixpunkte und Stabilität
Die logistische Gleichung
Lineare Stabilitätsanalyse

Bifurkationen

Saddle-Node Bifurkation
Transkritische Bifurkation
Beispiel: Laser-Schwelle
Pitchfork Bifurkation
Hysterese
Beispiel: Perle auf einem Kreis
Imperfekte Bifurkationen und Katastrophen
Beispiel: Populationen von Insekten

1D Dynamik auf einem Kreis

Nicht-uniforme Oszillatoren
Beispiel: Übergedämpftes Pendulum
Beispiel: Synchronisation

2D Lineare Systeme

Phasenraum
Beispiel: Harmonischer Oszillator

Stabilitätsanalyse: Klassifizierung der Fixpunkte

Sattelpunkte

Stabile und instabile Knoten

Stabile und Instabile Spiralen

Stabile und instabile Linien

Zentrum, Stern-Knoten, Entartete Knoten

Beispiel

2D Nichtlineare Systeme

Phasenportrait

Linearisation

Kritische Fälle

Lotka-Volterra Modelle

Räuber-Beute Gleichungen

Konkurrenz-Gleichungen

Konservative Systeme

Erhaltungssatz

Beispiel: Doppelmuldepotential / Homoklinische Kurven

Reversible Systeme.

Beispiel: Heteroklinische Kurven

Beispiel: Das Pendulum

Ohne Dämpfung

Mit Dämpfung

Grenzyklen

Idee von Grenzyklus

Beispiel

Poincare-Bendixson Theorem

Der van der Pol-Oszillator

Bifurkationen in 2D Probleme

2D-Verallgemeinerung von 1D Bifurkationen

Saddle-node

Transkritische und Pitchfork

Hopf-Bifurkationen

Superkritisch

Subkritisch

Erzeugung und Zerstörung von Grenzyklen (II):

Saddle-Node-Bifurkation von Zyklen

Bifurkation mit unendlicher Periode

Homokline Bifurkation

Beispiel: Erzwungenes Pendulum

Poincare-Abbildung

Die Lorenz-Gleichungen

Rayleigh-Benard-Konvektion

Andere Systeme wo Lorenz-Gleichungen auftauchen: Lasers, Lorenz-Wasserrad

Eigenschaften der Lorenz-Gleichungen

Fixpunkte und Stabilität

Der Lorenz-Attraktor

Empfindlichkeit gegen Anfangsbedingungen: Lyapunov-Exponent

Definition von Chaos

Die Lorenz-Abbildung und die Absenz von stabilen Grenzyklen

Transient Chaos

Abbildungen

Idee von Abbildung

Fixpunkte enier Abbildung

Die logistische Abbildung

Definition

Periodenverdopplung

Orbitdiagramme: reguläre Inseln

Intermittenz

Lyapunov-Exponent einer 1D Abbildung

Universalität der Periodenverdopplung für unimodale Abbildungen

Feigenbaum-Konstante

Das Rössler-System

Fraktale

Die Cantor-Menge

Die Koch-Kurve

Fraktale Dimension

Ähnlichkeitsdimension

Box-Counting-Dimension

Korrelationsdimension

Die Mandelbrot-Menge

Seltene Attraktoren

Ausdehnung und Falten

Die Bäcker-Abbildung

Die Hénon-Abbildung

Der Rössler-Attraktor: Poincaré-Schnitt

Beispiel der Mechanik: getriebene Doppelmuldepotential

Chaos in konservativen Systemen

Konservative Systeme

Integrierbare Systeme: Wirkung-Winkel-Variablen, Hamilton-Jakobi-Gleichungen, Tori

Integrable Systeme mit einer nicht-integrablen Störung: KAM-Theorem

Instabile Tori: Poincaré-Birkhoff-Theorem, elliptische und hyperbolische Fixpunkte

Das Hénon-Heiles-System, Orbitale Resonanzen

Die Standard-Abbildung