

Aufgabe 1: Kastenpotential (3 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen im Grundzustand eines Kastenpotentials mit Wänden bei  $x = \pm a$ . Plötzlich (bei  $t = 0$ ) verschieben sich die Wände des Kastens nach  $x = \pm b$  wobei  $b > a$ .

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Teilchen im neuen Kasten in einem ungeraden Zustand? Können Sie das Ergebnis erklären?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Teilchen in einem geraden Zustand  $u_n^{(+)}(x)$  des neuen Kastens zu finden?
- Benutzen Sie die Wellenfunktion, ausgedrückt durch die neuen Eigenfunktionen, und schreiben Sie den Ausdruck für die Wellenfunktion nach einer bestimmten Zeit  $t$  auf.

Aufgabe 2: Kastenpotential II (2 Punkte)

Betrachten Sie wieder ein Teilchen im Grundzustand in einer Box mit den Wänden bei  $x = -a$  and  $x = a$ . Jetzt bewegen wir die Wände wie in der ersten Aufgabe, nur diesmal bis  $\pm\infty$ . Finden Sie die Eigenfunktionen des Hamiltonoperators nach dem Verschieben der Wände nach  $\pm\infty$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit Impuls im Bereich von  $p$  bis  $p + dp$  zu finden? Was geschieht mit dieser Wahrscheinlichkeit zu einer späteren Zeit  $t > 0$ ?

Aufgabe 3: Unschärferelation im Kastenpotential (2 Punkte)

Betrachten Sie ein Kastenpotential mit Wänden bei  $x = \pm a$ . Berechnen Sie für den  $n$ -ten geraden Zustand  $u_n^{(+)}$ ,  $\langle \hat{p} \rangle$ ,  $\langle \hat{p}^2 \rangle$ ,  $\langle \hat{x} \rangle$ ,  $\langle \hat{x}^2 \rangle$ . Berechnen Sie  $\Delta x \Delta p$  und überprüfen Sie die Unschärferelation  $\Delta x \Delta p > \hbar/2$ .

Aufgabe 4: Kastenpotential mit periodischen Randbedingungen (3 Punkte)

Betrachten Sie wieder ein Kastenpotential mit Wänden bei  $x = 0$  und  $x = L$ . Gegeben seien die folgenden (sogenannten periodischen) Randbedingungen:  $\psi(0) = \psi(L)$  und  $\psi'(0) = \psi'(L)$ , wobei  $\psi'$  für  $d\psi/dx$  steht. Berechnen Sie die Eigenfunktionen und Eigenenergien, und vergleichen Sie diese mit denen aus der Vorlesung. Finden Sie die passenden Kombinationen der Eigenfunktionen, die symmetrisch/antisymmetrisch bezüglich der Transformation  $\psi(x - L/2) \leftrightarrow \psi(L/2 - x)$  sind.