Aufgabe 1: noch einmal Kastenpotential (2 Punkte)

Betrachte die Wellenfunktion der Form $\psi(x) = A(x^2 - a^2)$ in einem Kastenpotential mit Wänden bei $x = \pm a$.

- Finde die Konstante A um die Wellenfunktion zu normieren.
- Berechne die Varianzen Δx and Δp und überprüfe, dass $\Delta x \Delta p > \hbar/2$.
- Berechne die Gesamtwahrscheinlichkeit ein Teilchen in irgendeinem Zustand außer dem Grundzustand zu finden.

Aufgabe 2: Parität im Kastenpotential (3 Punkte)

Betrachte ein Teilchen, dass in der linken Hälfte einer Box mit Wänden bei $x = \pm a$ lokalisiert ist, d.h. mit einer gegebenen Wellenfunktion $\psi(x)$ für $x < 0$ und null sonst.

- Drücke die Wellenfunktion als Linearkombination einer geraden und einer ungeraden Funktion aus.
- Wird das Teilchen auch zu einem späterern Zeitpunkt noch in der linken Hälfte der Box lokalisiert sein?
- Angenommen, dass Teilchen kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit an jedem Punkt in der linken Hälfte der Box gefunden werden. Berechne die Wahrscheinlichkeit bei einer Messung der Energie die Grundzustandsenergie der Box zu erhalten.

Aufgabe 3: Das Doppel-Stufen-Potential (5 Punkte)

Betrachte das Zwei-Stufen-Potential gegeben durch $V(x) = 0$ für $x < 0$, $V(x) = V_0 > 0$ für $0 < x < a$, und $V(x) = V_1 > V_0$ für $x > a$. Ein Teilchen komme von der linken Seite (d.h. von $x = -\infty$), mit einer Energie $E > V_1$.

- Schreibe die Wellenfunktion in den drei Regionen des Raumes hin (zunächst ohne Lösung für die einzelnen Koeffizienten).
- Bestimme die Form des Wahrscheinlichkeitsstromes in den drei verschiedenen Regionen und beschreibe die Erhaltungsrelationen für diesen Strom.
- Berechne den Reflektions-Koeffizienten R
- Berechne den Transmissions-Koeffizienten T, und $|T|^2$.
- Finde für feste Werte von V_0 und V_1 die Werte für die Länge a, welche $|T|^2$ minimieren.