

Rechenmethoden der Physik I (WS 2009-2010)

Vektoren

Allgemeines: Kartesische Koordinaten. Komponenten, Vektoraddition, Einheitsvektoren

Skalarprodukt: geometrische Bedeutung, Orthogonalität, Kronecker-Delta

Kreuzprodukt: geometrische Bedeutung, Eigenschaften, Levi-Civita-Symbolen

Spatprodukt: geometrische Bedeutung

Beispiele

Ableitung

Ableitung: Definition, Eigenschaften: Produktregel, Kettenregel

Differenzieren einer Vektorfunktion

N-te Ableitung: Ortsvektor, Geschwindigkeitsvektor, Beschleunigungsvektor

Beispiele: Geradlinige Bewegung, Kreisbewegung

Partielle Ableitung

Gradient und Nabla-Operator

Ableitung auf der Bahn eines Teilchens

Divergenz

Rotation

Mehrfache Anwendung des Nabla-Operators: Laplacian, Rotation eines Gradienten, Divergenz einer Rotation

Newton-Mechanik I: Einführung

Ortsvektor, Geschwindigkeitsvektor, Beschleunigungsvektor

Trägheitsgesetz

Impuls, Trägmasse

Bewegungsgesetz, Kraftvektor

Reaktionsprinzip

Superpositionsprinzip

Beispiele von Kräften: Schwerkraft (Idee von Schweremasse),

Coulomb-Kraft, Reibungskraft

Beispiel von Newton-Dynamik

Kinetische Energie

Konservativen vs dissipativen Kräfte. Definition durch die Idee von Potentielle Energie und Rotation.

Gesamtenergie, Erhaltung

Beispiele: harmonischer Oszillator (Link mit dem nächsten Thema), Schwerkraft

Drehimpuls (Anwendung des Kreuzprodukts!)

Zentralkräfte: Beispiele

Newton-Mechanik II: Mehr-Teilchen Systeme

Schwerpunkt

Gesamtimpuls

Äußere und innere Kräfte, Schwerpunktsatz

Impulssatz, Impulserhaltungssatz

Gesamtdrehimpuls, Drehimpulssatz, Drehimpulserhaltungssatz

Energie, Energiesatz

Zwei-Teilchen Systeme: Schwerpunkt, Relativkoordinate, Reduzierte Masse, Bewegungsgleichungen, Energie, Drehimpuls

Zweikörperstoß: Stoß in einer Dimension

Dreidimensionale Stöße

Krummlinigen Koordinaten

Polarkoordinaten

Zylinderkoordinaten. Einheitsvektoren.

Kugelkoordinaten. Einheitsvektoren

Gradient, Divergenz, Rotation, Laplace-Operator in Zylinder- und Kugelkoordinaten

Beispiele

Integration I : Gewöhnliche Integralen

Idee von Integral als Fläche

Eigenschaften. Hauptsatz

Uneigentliche Integrale

Beispiele von Anwendungen der Integrale

 Bewegungsgleichung mit $F(t)$ und mit $F(x)$

Integrationsmethode

 Partialbruchzerlegung

 Partielle Integration

 Substitution

 Differenzieren nach Parameter

 (Zwischenkommentar über die exponentielle Funktion)

Integration II : Mehr-Dimensionale Integralen

Zwei-Dimensionale Integralen

 Integration in Polarkoordinaten

 Integration in Polarkoordinaten andersum: Jacobi-Determinante

 (Zwischenkommentar über Determinanten)

 Beispiele

Drei-Dimensionale Integralen

 Jacobi-Determinante

 Integration in Kugel- und Zylinderkoordinaten

 Beispiele: Volumen eines Zylinders, einer Kugel, eines Kegels.

Starrer Körper

Der starre Körper: Freiheitsgrade

Kontinuierliche Massenverteilung: Gesamtmasse, Schwerpunkt, Gesamtimpuls

Beispiel: Schwerpunkt eines homogenen Kegels

Rotation um einer Achse: Trägheitsmoment

Beispiel: Trägheitsmoment einer Kugel

Drehimpuls: Bewegungsgleichung

Drehimpulserhaltung. Beispiel des Pulsars und des Skaters

Integration III : Kurven- und Flächenintegrale

Kurvenintegral

Integral entlang einer Kurve

Integral eines Vektorfeldes

Arbeit, konservative Kräfte

Flächenintegral (nicht behandelt)

Integral entlang einer Fläche

Integral eines Vektorfeldes

Matrizen

Motivation: Drehungen, Lineare Algebraische Gleichungssysteme

Einfache Eigenschaften der Matrizen: $A=B$, Addition, Multiplikation mal ein Skalar

Produkt von 2 Matrizen (Innenprodukt)

Definition

Nicht-Kommutativ

Kommutator

Identitätsmatrix, Diagonale Matrizen

Spur einer Matrix

Determinante einer Matrix

Minors, Cofaktoren, Laplace'scher Entwicklungssatz

Eigenschaften der Determinanten, Produkt Theorem

Inverse einer Matrix

Lineare Gleichungssysteme

Homogene

Inhomogene

Orthogonale Matrizen: Drehungen von Koordinatensystemen

Hauptachsentransformation

Eigenwerte und Eigenvektoren

Charakteristisches Polynom

Orthogonalität der Eigenvektoren

Beispiel: Nicht entartete Eigenwerte

Beispiel: Entartete Eigenwerte

Trägheitstensor, Hauptträgheitsachsen

Komplexe Zahlen

Imaginärer Einheit, Realteil und Imaginärteil, Komplexe Ebene, Polardarstellung

Operationen mit Komplexen Zahlen : Addition, Multiplikation, Multiplikation in der Polardarstellung, Negatives, Inverses, Konjugation

Komplexe Vektoren: Betrag und Skalarprodukt

Komplexe Matrizen: Konjugierte Matrix, Adjungierte Matrix, Unitäre Matrizen, Hermiteschematrizen

Reihen

Geometrische Reihen

Unendliche Reihen: Konvergenz und Divergenz

Arithmetische Reihen.

Taylor-Entwicklung

Beispiele: exponentielle Funktion, $\cos(x)$, $\sin(x)$, Euler-formel, $\ln(1+x)$

Harmonische Näherung eines Potenzials in der Nähe eines Minimums, Stabilität und Instabilität.

Taylor-Entwicklung in mehreren Variablen

Extrema in 2D: Maximum, Minimum, Sattelpunkt (Anwendung der Eigenprobleme)

Beispiel von Stabilitätsanalyse in 2D

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Allgemeines: Gewöhnliche vs Partielle Differentialgleichungen, analytische vs numerische Lösungen, allgemeine Form, lineare vs nichtlineare GDGI, homogene vs nicht homogene GDGI

Lineare GDGI: Homogene Gleichungen (linear unabhängige Lösungen, Superpositionsprinzip, allgemeine Lösung), inhomogene Gleichung (spezielle Lösung)

Lineare GDGI erster Ordnung: homogene Lösung, spezielle Lösung (Variation der Konstanten)

Lineare GDGI höherer Ordnungen: Umwandlung in ein System von GDGI 1. Ordnung,, homogene Lösung, spezielle Lösung, speziell Fall: konstante Koeffizienten

Andere nützlichen Tricks: Anwendung von Potenzreihen, Variablenwechsel, Trennung der Variablen, Reduktion der Ordnung

Schwingungen

Harmonischer Oszillator: Differential Gleichung, Exponentialansatz, Schwingungen

Dämpfung: unterkritische und überkritische Dämpfung

Erzwungene Schwingungen: spezielle Lösung, stationäre Lösung, Idee von Resonanz