

Übungen zu Physik I, Hausübung 2

Dozenten: Prof. Dr. Herbert Pfnür, Prof. Dr. Luis Santos

Übungsleiter: Tammo Block, Markus Otto, Jochen Zahn

Abgabe: Dienstag, 20.10.2009 vor der Vorlesung

[H5] SI Einheiten (1 Punkt)

Im folgenden sehen Sie einige Gleichungen, in denen der Abstand x in Metern, die Zeit t in Sekunden und die Geschwindigkeit v in Metern pro Sekunde gegeben ist. Bestimmen Sie jeweils die Einheiten der beiden Konstanten C_1 und C_2 :

$$x = C_1 + C_2 \cdot t; \quad v^2 = 2C_1 \cdot x; \quad x = C_1 \cos(C_2 \cdot t); \quad v = C_1 e^{-C_2 \cdot t}$$

[H6] Entfernung Erde-Mond (0,5 + 0,5 + 1 = 2 Punkte)

Im Zuge der Apollo 11 Mission wurde auf dem Mond ein Reflektor ("Katzenauge") aufgestellt. Damit wird (täglich vom Keck-Observatorium in Hawaii) die Entfernung Erde-Mond gemessen. Bei der Messung wird ein Laser-Impuls zum Mond geschickt und die Laufzeit des reflektierten Impulses gemessen, sie betrage 2,568 s.

- Wie groß ist die Entfernung Erde-Mond ?
- Die Laufzeiten lassen sich mit einer Genauigkeit von 1 ns bestimmen. Wie genau läßt sich dann der Abstand ermitteln ?
- Es gibt kein perfekt paralleles Lichtstrahlenbündel. Nehmen wir an, das Strahlenbündel habe eine Divergenz (grob gesagt, der Winkel zwischen einzelnen Lichtstrahlen) von 50 nrad (Nano-Radian). Wie groß ist dann der Lichtfleck auf dem Mond ? Welches experimentelle Problem entsteht dadurch ?

[H7] Free-Fall-Tower deluxe (0,5 + 1 + 0,5 + 1 = 3 Punkte)

Wir begeben uns auf dem Oktoberfest in ein Fahrgeschäft, dessen Gondeln in luftiger Höhe H im Uhrzeigersinn um die senkrechte Achse mit konstanter Drehgeschwindigkeit ω im festen Abstand R rotieren.

- Start unserer Gondel sei bei $\vec{r}(t=0) = (R, 0, H)$. Welche Bahnkurve beschreibt dann die Gondel unter Rotation in der Höhe H , $\vec{r}(t) = ?$
- Wie groß sind unsere Momentangeschwindigkeit $|\vec{v}(t)| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$ und Beschleunigung $|\vec{a}(t)| = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$ während der Rotation? Wohin zeigen $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$?
- Laut TÜV darf ein Fahrgast eine maximale Beschleunigung von 2g erfahren ($g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$). Darf das Fahrgeschäft mit $R = 3\text{m}$ betrieben werden, wenn die Gondel 4 Sekunden für eine Umdrehung benötigt?
- Nun fällt der rotierende Gondelkranz entlang einer senkrechten Schiene im freien Fall. Wie lautet nun die Bahnkurve für unsere Gondel? Was ändert sich bei den Resultaten aus (b)?

[H8] Das Levi-Civita-Symbol (1,5 + 0,5 = 2 Punkte)

- (a) Zeige

$$\sum_{i,j,k=1}^3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{ijk} = 6; \quad \sum_{j,k=1}^3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{ljk} = 2\delta_{il}; \quad \sum_{i=1}^3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{imn} = \delta_{jm} \delta_{kn} - \delta_{jn} \delta_{km}$$

Tipp: Betrachte einzeln die Terme der Summen, die ungleich Null sind.

- (b) Beweise damit die baccab Formel $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$.

[H9] Gradient, Divergenz und Rotation (1 + 1 = 2 Punkte)

- Berechne den Gradienten der Funktionen $f(x, y) := (x^2 - y^2)e^{-x^2+2y^2}$ und $g(x, y, z) := \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.
- Berechne Divergenz und Rotation der Vektorfelder $\vec{A}(x, y, z) = (2xz, -y, z^2+z)$ und $\vec{B}(x, y, z) = (yz, xz, xy)$.