

Übungen zu Physik I, Hausübung 8

Dozenten: Prof. Dr. Herbert Pfnür, Prof. Dr. Luis Santos

Übungsleiter: Tammo Block, Markus Otto, Jochen Zahn

Abgabe: Dienstag, 1.12.2009 vor der Vorlesung

[H29] Satellit (1 + 1 + 1 = 3 Punkte)

Ein Satellit mit der Masse $m_G = 5 \text{ kg}$ soll in die Weiten des Universums geschossen werden. Energetisch ist ein Abschuss vom Äquator am günstigsten, weshalb die bekannten Startplätze soweit als politisch möglich in Äquatornähe liegen.

- Erklären Sie den Grund für die Energieersparnis.
- Um wie viel Prozent erhöht sich die benötigte Startenergie des Satelliten, wenn man statt vom Äquator vom Pol aus startet? Dabei nehmen wir an, dass er ohne Rakete (z.B. mit einer Kanone) ins All geschossen wird und genau die minimale Energie erhält, die nötig ist, um aus dem Gravitationspotenzial der Erde zu entkommen.
- Mit Rakete ist der Energieunterschied in Abhängigkeit vom Startort deutlich größer als bei einem "Geschoss" ohne eigenen Antrieb – warum (qualitativ)?

Hinweise: Betrachten Sie die Erde näherungsweise als Kugel und infolgedessen die Erdbeschleunigung an allen Orten auf der Erdoberfläche als identisch. Erdmasse $m_E = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und Erdradius $r_E = 6370 \text{ km}$.

[H30] Mehrdimensional Integrale (2 + 2,5 + 2,5 = 7 Punkte)

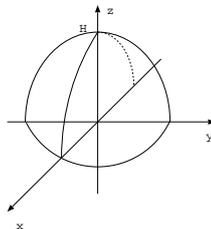
- Berechne das Integral über den ganzen Raum (in geeigneten Koordinaten) für folgende Funktionen (dabei sind x, y, z kartesische und r, θ, ϕ Kugel-Koordinaten):

$$f(x, y, z) = e^{-z^2} \frac{e^{-\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$g(r, \theta, \phi) = e^{-r^2} \cos^2 \theta$$

- Berechne das zwischen der x - y -Ebene und der Höhenlinie

$$h(x, y) = H - ax^2 - by^2$$

eingeschlossene Volumen (siehe Skizze). Um was für einen Körper handelt es sich? (Tipp: Wähle geeignete Koordinaten!)



- Jemand hat mitten durch eine Billardkugel vom Radius R ein zylindrisches Loch mit Radius a gebohrt (siehe Skizze). Zeige, dass das Volumen des Restkörpers durch

$$V = \frac{4}{3}\pi(R^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}$$

gegeben ist. (Hinweis: Es genügt nicht, einfach das Volumen eines Zylinders von dem der Kugel abzuziehen, da dann die "Kappen" nicht berücksichtigt werden. Am einfachsten lässt sich das Problem in Zylinderkoordinaten lösen. Beachte die Integrationsgrenzen!)

