

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Wir wollen hier Elektronen in einem gegebenen magnetischen Feld  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  betrachten. In der Vorlesung haben Sie gesehen, daß die Einteilchen-Eigenenergien dieses Systems von der Form

$$\epsilon_{ns}(p_z) = \frac{p_z^2}{2m} + 2\mu_B B(n + 1/2) - s\mu_B B$$

sind, wobei  $\mu_B$  das Bohr Magneton ist und  $s = \pm 1$  gilt. Die Entartung der Zustände ist gegeben durch den Faktor  $g(B) = \frac{eBL_x L_y}{2\pi\hbar}$  in der Notation, die in der Vorlesung verwendet wurde.

- Berechnen Sie für  $V \rightarrow \infty$  den Ausdruck für  $\frac{\ln \mathcal{T}}{V}$ , wobei  $\mathcal{T}$  die groß-kanonische Zustandssumme ist. (Sie müssen hier die auftretenden Integrale und Summen nicht lösen.)
- Finden Sie  $\frac{\ln \mathcal{T}}{V}$  für große  $T$ . (Jetzt müssen Sie die auftretenden Integrale und Summen lösen.)
- Betrachten Sie den Grenzfall  $\mu_B B/k_B T \ll 1$  und berechnen Sie hier die Magnetisierung pro Einheitsvolumen und die Suszeptilität  $\chi$ .
- Vergleichen Sie den Wert von  $\chi$  mit den in der Vorlesung gefundenen Werten vom Pauli-Paramagnetismus und vom Landau-Diamagnetismus. Was folgern Sie?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

In dieser Aufgabe interessieren uns Fermionen ohne Spin in einem magnetischen Feld  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  bei der Temperatur  $T = 0$ . Wir wollen hier die Bewegung der Fermionen auf die  $x-y$  Ebene beschränken. Die Landau-Niveaus sind hier gegeben durch  $\epsilon_n = 2\mu_B B(n+1/2)$  mit der Entartung  $g(B) = eBL_x L_y/2\pi\hbar$ .

- Berechnen Sie das kritische Magnetfeld  $B_c$ , so daß sich für  $B > B_c$  alle Teilchen im untersten Landau-Niveau befinden.
- In welchem Bereich von Werten des Magnetfeldes sind nur die Niveaus  $n = 0, \dots, j$  besetzt und die Niveaus  $n > j$  nicht?
- Finden Sie die Energy pro Teilchen ( $E_{\text{Gesamt}}/N$ ) für  $B > B_c$  und auch für den Bereich aus dem zweiten Teil der Aufgabe. (Denken Sie daran, daß  $T = 0$  gilt.)
- Benutzen Sie den Ausdruck für die Magnetisierung pro Einheitsvolumen im Grundzustand  $\mathcal{M} = \frac{-1}{v} \frac{\partial(E_{\text{Gesamt}}/N)}{\partial B}$ , um die Suszeptilität  $\chi$  zu berechnen. Skizzieren Sie  $\chi$  als Funktion von  $B/B_c$ .

Wir wollen nun schauen, was sich ändert, wenn die Fermionen Spin 1/2 haben.

- Was sind die Eigenenergien? Wie ist der Entartungsgrad der Niveaus im Vergleich zum Fall ohne Spin?

- Berechnen Sie das kritische Magnetfeld  $B_c$ , so daß für  $B > B_c$  alle Teilchen im Zustand der geringsten Energie sind.
- Finden Sie den Bereich des Magnetfeldes, in dem nur die ersten  $k$  Niveaus besetzt sind und höhere Niveaus nicht.