Aufgabe 1 (4 Punkte)

We betrachten eine Substanz, für die die Entropie die Form

$$S = Nk_B \frac{V_0}{V}\left(\frac{T}{T_0}\right)^a,$$

annimmt, wobei N, V_0, T_0, und a gegebene Konstanten sind. Wenn diese Substanz reversibel und isothermal ($T = T_0$) expandiert von V_0 to V, dann leistet sie die Arbeit

$$W = Nk_B T_0 \ln \frac{V}{V_0}.$$

Benutzen Sie diese Information, um folgende Grössen zu bestimmen:

- Die freie (Helmholtz) Energie.
- Die Zustandsgleichung.
- Die Arbeit, die die Substanz leistet, wenn sie reversibel und isothermal expandiert bei einer *beliebigen* (konstanten) Temperatur T.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Die Helmholtz freie Energie eines *idealen* Gases ist gegeben durch

$$A_{\mathrm{id}} = Nk_B T\left[\ln\left(\frac{N}{V n_Q(T)}\right) - 1\right],$$

wobei $n_Q(T) = \left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$.

- Leiten Sie von A_{id} die Zustandsgleichung eines idealen Gases her.

Die Zustandsgleichung eines realen Gases ist im van der Waals Modell gegeben durch

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = Nk_B T,$$

wobei a und b gegebene Konstanten sind.

- Leiten Sie von dieser Zustandsgleichung den Ausdruck für die freie (Helmholtz) Energie A_{r} des *realen* Gases her, indem Sie ausnutzen, dass für $a = b = 0$ der oben gegebene Ausdruck A_{id} für das ideale Gas herauskommen muss.

Wenn sie A_r bestimmt haben, bestimmen Sie damit

- die Entropie S.
- die interne Energie U.
- die isotherme Kompressibilität κ_T.
- den thermalen Expansionskoeffizienten α.
- die spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen (C_V) und bei konstantem Druck (C_P).