Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben sei folgende Verteilungsfunktion:

$$f(\vec{r},\vec{v},t) = \exp\left[\alpha(\vec{r},t) - \frac{m}{2}\beta(\vec{r},t)(\vec{v}^2 - 2\vec{u}\cdot\vec{v})\right].$$

- Zeigen Sie, daß für diese Verteilung der Stoßterm der Boltzmann-Gleichung verschwindet.
- Zeigen Sie, dass diese Verteilung im Allgemeinen *keine* Lösung der Boltzmann Gleichung ist und finden Sie die Bedingungen, die α, β, and $\vec{u}$ erfüllen müssen, damit f die Boltzmann Gleichung erfüllt.
- Berechnen Sie die Teilchendichte $n(\vec{r},t)$. Benutzen Sie das Resultat, um die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{\vec{v}}(\vec{r},t)$ zu berechnen, die über die Teilchenstromdichte $\vec{j}(\vec{r},t)$ definiert ist: $n(\vec{r},t)\bar{\vec{v}}(\vec{r},t) := \vec{j}(\vec{r},t) := \int \mathrm{d}^3v\vec{v}f$. Desweiteren berechnen Sie die mittlere Energie pro Teilchen $\epsilon(\vec{r},t)$, die definiert ist durch $n(\vec{r},t)\epsilon(\vec{r},t) := \int \mathrm{d}^3v\frac{m}{2}\vec{v}^2 f$.
- Das Kraftfeld sei gegeben durch $\vec{F} = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$, wobei $V(\vec{r}) = m\omega^2 r^2/2$. Zeigen Sie, daß $\beta(\vec{r},t) = \beta(\vec{r},t+2\pi/\omega)$ gilt, falls f die Boltzmann-Gleichung erfüllt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben Sei ein unendlich weit ausgedehntes, verdünntes Gas von geladenen Teilchen der Masse m und Ladung q im Gleichgewichtszustand. Die Gleichgewichtsverteilung in Abwesenheit eines elektrischen Feldes sei durch die Maxwell-Boltzmann Verteilung

$$f^{(0)}(\vec{v}) = n\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_BT},$$

gegeben, wobei n und T gegebene Konstanten sind.

Ein schwaches gleichförmiges elektrisches Feld $\vec{E}$ wird angeschaltet, welches zu einer neuen Gleichgewichtsverteilung f führt. Nehmen Sie an, daß für die neue Verteilung f

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = \frac{f^{(0)} - f}{\tau}$$

gilt, wobei τ eine gegebene Stoßzeit sei. Berechnen Sie die Funktion f bis zur ersten Ordnung im schwachen Feld $\vec{E}$.

Nutzen Sie das Ergebnis, um die elektrische Leitfähigkeit σ zu berechnen, die definiert ist über die Gleichung

$$nq < \vec{v} >= \sigma\vec{E},$$

wobei $< \vec{v} >$ die mittlere Geschwindigkeit ist.