

Übungen zur Vorlesung
**Differentialgeometrische Strukturen auf Raumzeiten
und Singularitätentheorie**

von DOMENICO GIULINI

Blatt 7

Aufgabe 1

Man betrachte die folgende Raum-Zeit Metrik

$$g = -dt \otimes dt + f^2(t) \sum_{a=1}^3 dx^a \otimes dx^a. \quad (1)$$

Für $f(t) = t^{2/3}$ nennt man sie die Einstein-De Sitter Metrik. Berechnen Sie für allgemeines f den Riemann'schen Krümmungstensor, den Ricci- und Einstein-Tensor, sowie die äußere Krümmung der Hyperflächen $t = \text{konst.}$ Spezialisieren Sie dann auf den Einstein-De Sitter Fall und diskutieren Sie den Grenzwert $t \searrow 0$.

Aufgabe 2

Stellen Sie für die Metrik (1) die Geodätengleichung auf und bestimmen Sie die zeitartigen und lichtartigen Geodätischen im Einstein-De Sitter Fall. Was können Sie über die betreffenden geodätischen Vollständigkeiten sagen?

Aufgabe 3

Wenden Sie das erste in der Vorlesung bewiesene Hawking'sche Singularitätentheorem sinngemäß auf die Einstein-De Sitter Raumzeit an.