

MAGENTOSTATIK

Die Punkte dienen nur Ihrer Information. Die Studienleistung wird am Ende der Vorlesungszeit durch einen schriftlichen Test erreicht. Diesen werden Sie allerdings höchstwahrscheinlich nur bestehen können, wenn Sie die Hausübungen auch tatsächlich bearbeiten.

[H27] Helmholtz-Spulen [4 + 6 + 6 = 16 Punkte und 6* + 6* = 12* Bonus-Computerpunkte]

Zwei parallele kreisförmige Leiterschleifen werden beide vom Strom I in gleicher Richtung durchflossen. Die Schleifen liegen parallel zur (x, y) -Ebene, haben beide den Radius R und ihre Mittelpunkte liegen bei $(x, y, z) = (0, 0, b)$ und $(0, 0, -b)$. Die Drähte werden idealerweise als verschwindend dünn angenommen.

- (a) Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ der Anordnung an. Verwenden Sie dazu ein Koordinatensystem, das der Symmetrie des Problems angepasst ist. Überlegen Sie sich, wie die Idealisierung des Drahtquerschnitts durch Delta-Funktionen ausgedrückt werden kann.
- (b) Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes das magnetische Feld \vec{B} auf der z -Achse. *Hinweis:* Das Feld einer einzelnen Leiterschleife haben Sie in [P24] berechnet.
- (c) In welchem Abstand $D = 2b$ müssen die Leiterschleifen angebracht werden, damit das magnetische Feld zwischen ihnen möglichst homogen ist? Man bezeichnet die entsprechende Anordnung als Helmholtz-Spulen.

Hinweise: Entwickeln Sie $\vec{B}(z)$ in eine Taylorreihe um $z = 0$. Wenn Sie richtig gerechnet haben, verschwinden die Terme erster und dritter Ordnung in z für alle D , der Term zweiter Ordnung in z für eine spezielle Wahl von D . Wenn Sie Schwierigkeiten mit der Taylorentwicklung haben, überprüfen Sie Ihre Rechnung mit *Mathematica*.

- (d*) **[CÜ]** Skizzieren Sie den Betrag des magnetischen Feldes, $B(z)$, auf der z -Achse für den Spulenabstand aus (c) sowie für einen deutlich kleineren und einen deutlich größeren Spulenabstand.
- (e*) **[CÜ]** Berechnen Sie mit *Mathematica* das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$ für beliebige $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ im Fall $R = 1$ und beliebiges b . Visualisieren Sie das Feld in der xz -Ebene in einem Bereich $[-3, 3] \times [-3, 3]$, für drei exemplarische Werte für b im Intervall $b \in [\frac{1}{10}, 2]$, zum Beispiel $b = 1/10$, $b = 1/2$ und $b = 2$.

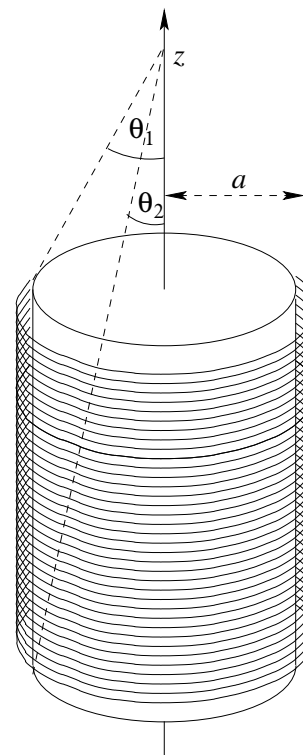
[H28] Lange Spule

Wir betrachten eine lange Spule mit Radius a und Länge ℓ . Die lange Spule sei eng gewickelt mit n Windungen pro Längeneinheit. Durch den Spulendraht fließe ein Strom I .

Hinweise: Verwenden Sie Ihr Resultat aus [P24]. Sie dürfen die einzelnen Windungen als parallele kreisförmige Schleifen mit Radius a ansehen. Damit ersparen Sie sich, berücksichtigen zu müssen, dass der Spulendraht bei jeder Windung ein wenig in z -Richtung steigt. Bei eng gewickelten Spulen ist dies in sehr guter Näherung vernachlässigbar.

- (a) Finden Sie das magnetische Feld einer langen Spule auf einem Punkt der Symmetrie-Achse. Es ist hilfreich, das Ergebnis durch die in der Skizze eingezeichneten Öffnungswinkel auszudrücken. Die Skizze suggeriert, dass der Feldpunkt außerhalb der Spule liegt. Ihre Lösung ist aber auch für Punkte innerhalb der Spule gültig.
- (b) Versuchen Sie, das Feld auf der Symmetrie-Achse einer in beiden Richtungen unendlich langen Spule zu finden. Überlegen Sie dazu zunächst, was Ihr Ergebnis aus (a) für Punkte im Innern der Spule bedeutet, und bilden Sie anschließend einen geeigneten Grenzwert.

[4 + 4 = 8 Punkte]



[H29] *Unendlich lange Spule***[4 + 4 + 4 = 12 Punkte]**

Wir betrachten eine unendlich lange, unendlich fein gewickelte stromdurchflossene Spule mit Radius a , deren Symmetrieachse die z -Achse sei.

- (a) Zeigen Sie, dass aus der Translationsinvarianz in z -Richtung für das magnetische Feld im Innern der Spule folgt, dass es von der Form $\vec{B}(\vec{r}) = B(x, y) \vec{e}_z$ sein muss.
- (b) Zeigen Sie, dass dann wegen einer der Maxwellgleichungen \vec{B} im Innern der Spule konstant sein muss. Dies verallgemeinert Ihr Resultat aus [H28](b).
- (c) Verwenden Sie den Stokesschen Satz und die Annahme, dass das Magnetfeld für große Abstände von der Spule verschwindet, um das Magnetfeld auch außerhalb der Spule anzugeben.

[!] *Ausführung***[6 Punkte]**

Mit insgesamt 6 Punkten wird die Ausführung der Lösung insgesamt bewertet, also Leserlichkeit, Vollständigkeit der Rechenwege, Ausführlichkeit der Kommentare zum Lösungsweg usw.