
MAXWELLGLEICHUNGEN

[P7] *Atmende Ladungsdichte*

Eine radialsymmetrische Ladungsverteilung sei mit $\lambda(t)$ zeitlich veränderlich und habe die Form

$$\varrho(\vec{r}, t) = \varrho_0 \lambda(t) \frac{1}{r} e^{-\lambda(t) r^2},$$

wobei $\varrho_0 = \text{const}$ ist.

- (a) Wie groß ist die aus $\varrho(\vec{r}, t)$ folgende Gesamtladung im ganzen \mathbb{R}^3 ?
- (b) Berechnen Sie die zu $\varrho(\vec{r}, t)$ gehörende Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$ aus der Kontinuitätsgleichung.
- (c) Bestimmen Sie $\vec{E}(\vec{r}, t)$.
- (d) Wie sieht das zugehörige \vec{B} -Feld aus?

[P8] *Rotierende Kugel*

Eine Kugel mit Radius R sei mit einer homogenen Oberflächenladungsdichte belegt. Die Kugel drehe sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ um die z -Achse, d.h.

$$\varrho(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi R^2} \delta(r - R) \quad \text{und} \quad \vec{j}(\vec{r}) = \varrho(\vec{r}) \vec{\omega} \times \vec{r}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\vec{B}_1 = a \frac{1}{r^5} (3z \vec{r} - r^2 \vec{e}_z) \quad \text{und} \quad \vec{B}_2 = b \vec{e}_z$$

Lösungen der Maxwellgleichungen im stromfreien Raum bei zeitunabhängigem \vec{E} -Feld sind. Welche dieser Lösungen ist im Außenraum und welche im Innenraum der Kugel sinnvoll? Zeigen Sie weiter, dass sich \vec{B}_1 und \vec{B}_2 konsistent zu einer Lösung der Maxwellgleichungen im gesamten Raum für die obige Stromkonfiguration zusammensetzen lassen und bestimmen Sie die noch offenen Konstanten a und b . Überprüfen Sie abschließend die Sprungbedingungen (normal und tangential) für \vec{B} .