Theoretische Physik I

Hausübung, Blatt 1 **WS 03/04 Abgabetermin: Di. 21.10.03**

[H1] Parabolische Zylinderkoordinaten **(1+2+1 Punkte)**

(x^1, x^2, x^3) seien kartesische Koordinaten. Parabolische Zylinderkoordinaten (u, v, z) erhält man aus der Transformation:

$$x^1 = \frac{1}{2}(u^2 - v^2) \quad , \quad x^2 = uv \quad , \quad x^3 = z.$$

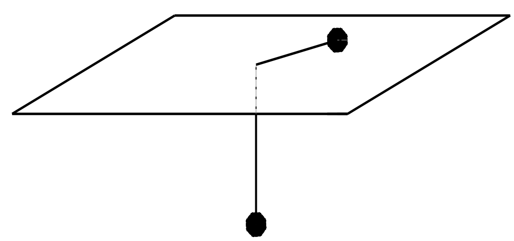
(a) Berechnen Sie die Funktionaldeterminante $\partial(x^1, x^2, x^3)/\partial(u, v, z)$ und bestimmen sie das Volumenelement $dV = dx^1dx^2dx^3$ in den neuen Koordinaten.

(b) Bestimmen Sie die Einheitsvektoren $\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_z$ im kartesischen Koordinatensystem. Veranschaulichen Sie sich die Koordinatenlinien. Geben Sie das Differential $d\vec{r}$ des Ortsvektors und den Nabla-Operator $\vec{\nabla}$ in parabolischen Zylinderkoordinaten an.

(c) Beschreiben Sie die freie Bewegung eines Punktteilchens der Masse m in parabolischen Zylinderkoordinaten. Bestimmen Sie dazu die Newtonschen Bewegungsgleichungen sowie die Lagrange-Gleichungen in diesen Koordinaten.

[H2] Massenpunkte an einem Faden **(2+1 Punkte)**

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich (reibungsfrei) auf einer Ebene und ist über einen Faden mit einem Massenpunkt gleicher Masse verbunden. Die untere Masse soll sich dabei nur vertikal im homogenen Gravitationsfeld bewegen.



(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen ab. Welche Erhaltungsgrößen besitzt das System und wie lassen sich damit die Bewegungsgleichungen vereinfachen?

(b) Betrachten Sie das System im Gleichgewicht, d.h. für ruhende untere Masse. Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit der oberen Masse. Gibt es eine Ähnlichkeit mit einem bekannten mechanischen System?

[H3] Kovarianz der Lagrange-Gleichungen **(3 Punkte)**

Beweisen Sie, daß die Lagrange-Gleichungen für beliebige Punkttransformationen der Koordinaten $q^i \to \tilde{q}^i(q, t)$ kovariant sind, d.h. sie ändern ihre Form nicht. Per Voraussetzung seien die Transformationen eindeutig und umkehrbar.

Vorlesung: O. Lechtenfeld - Übungen: R. Wimmer